D

1) Řešte v R, určete podmínky řešitelnosti

$$\frac{\sqrt{3}+3\,\mathrm{tgx}}{3-\sqrt{3}\,\mathrm{tgx}}=\sqrt{3}$$

$$\sqrt{3}+3\,\mathrm{tgx}=3\sqrt{3}-3\,\mathrm{tgx}$$

$$6\,\mathrm{tgx}=2\sqrt{3}$$

$$\mathrm{tgx}=\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\mathrm{x}=\frac{\pi}{6}+\mathrm{k}\pi$$

$$\mathrm{P}=\left\{\frac{\pi}{6}+\mathrm{k}\pi\right\},\quad \mathrm{k}\in Z$$

2) Řešte v R, určete podmínky řešitelnosti

$$\cos\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{4}\right)=-\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{x}{2}-\frac{\pi}{4}=a$$

$$\cos a=-\frac{\sqrt{2}}{2},\, a_0=\frac{\pi}{4},\quad II.,III.kv.$$

$$a_1=\frac{3\pi}{4}+k2\pi\Rightarrow\frac{x}{2}-\frac{\pi}{4}=\frac{3\pi}{4}+k2\pi\Rightarrow\frac{x}{2}=\pi+k2\pi\Rightarrow x=2\pi+k4\pi$$

$$a_2=\frac{5\pi}{4}+k2\pi\Rightarrow\frac{x}{2}-\frac{\pi}{4}=\frac{5\pi}{4}+k2\pi\Rightarrow\frac{x}{2}=\frac{3\pi}{2}+k2\pi\Rightarrow x=3\pi+k4\pi$$

$$P=\{2\pi+k4\pi,\quad 3\pi+k4\pi\},\quad k\in Z$$

3) Řešte v R, určete podmínky řešitelnosti

$$3\,\mathrm{tg}^2 x - 2\sqrt{3}\,\mathrm{tg}x - 3 = 0$$
$$\mathrm{tg}x = t$$
$$3t^2 - 2\sqrt{3}\,t - 3 = 0$$

$$D = 12 + 36 = 48$$
$$t_{1,2} = \frac{2\sqrt{3} \pm 4\sqrt{3}}{6} \Rightarrow t_1 = \sqrt{3}, \quad t_2 = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\mathrm{tg}x = \sqrt{3} \Rightarrow x = \frac{\pi}{3} + k\pi$$
$$\mathrm{tg}x = -\frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow x = \frac{5\pi}{6} + k\pi$$

Podmínka:

$$x \neq \frac{\pi}{2}(2k+1)$$

$$P = \left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi, \quad \frac{5\pi}{6} + k\pi \right\}, k \in Z$$

4) Řešte v R, určete podmínky řešitelnosti

$$\sin^2 x - 2\cos^2 x = 1$$
$$vzorec: \quad \sin^2 x = 1 - \cos^2 x$$

$$1 - \cos^2 x - 2\cos^2 x = 1$$
$$-3\cos^2 x = 0$$
$$\cos^2 x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi = \frac{\pi}{2}(2k+1)$$

$$P = \left\{ \frac{\pi}{2}(2k+1) \right\}, k \in Z$$