A

1) Řešte v R, určete podmínky řešitelnosti

$$\frac{1-2\cos x}{1+\cos x}=4$$
$$1-2\cos x=4+4\cos x$$
$$6\cos x=-3$$
$$\cos x=-\frac{1}{2}$$
$$x_0=\frac{\pi}{3},\quad II., III.kv.$$
$$x_1=\frac{2\pi}{3}+k2\pi$$
$$x_2=\frac{4\pi}{3}+k2\pi$$

Podmínka:
$$1+\cos x\neq 0$$
$$\cos x\neq -1\Rightarrow x\neq \pi+k2\pi$$

$$P=\left\{\frac{2\pi}{3}+k2\pi,\frac{4\pi}{3}+k2\pi\right\},k\in Z$$

2) Řešte v R, určete podmínky řešitelnosti

$$tg\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)=\sqrt{3}$$
$$2x-\frac{\pi}{6}=a$$
$$tga=\sqrt{3}$$
$$a=\frac{\pi}{3}+k\pi$$
$$2x-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{3}+k\pi$$
$$2x=\frac{\pi}{2}+k\pi$$
$$x=\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}$$

Podmínka:
$$2x-\frac{\pi}{6}\neq\frac{\pi}{2}+k\pi\Rightarrow 2x\neq\frac{2\pi}{3}+k\pi\Rightarrow x\neq\frac{\pi}{3}+k\frac{\pi}{2}$$

$$P=\left\{\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2}\right\},k\in Z$$

3) Řešte v R, určete podmínky řešitelnosti

$$2\sin^2 x-3\sin x-2=0$$
$$\sin x=t$$
$$2t^2-3t-2=0$$
$$D=9+16=25$$
$$t_{1,2}=\frac{3\pm 5}{4}\Rightarrow t_1=2, t_2=-\frac{1}{2}$$

$$a)\quad \sin x=2\Rightarrow P=\varnothing$$

$$b)\quad \sin x=-\frac{1}{2}, x_0=\frac{\pi}{6},\quad III.,IV.kv.\Rightarrow P=\left\{\frac{7\pi}{6}+k2\pi,\frac{11\pi}{6}+k2\pi\right\},k\in Z$$

4) Řešte v R, určete podmínky řešitelnosti

$$\sin^2 x - \cos^2 x = 1$$
$$vzorec: \quad \cos^2 x = 1 - \sin^2 x$$
$$\sin^2 x - 1 + \sin^2 x = 1$$
$$2\sin^2 x = 2$$
$$\sin^2 x = 1$$
$$|\sin x| = 1$$

$$1) \quad \sin x = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$$
$$2) \quad \sin x = -1 \Rightarrow x = \frac{3\pi}{2} + k2\pi$$

$$P = \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \right\}, k \in Z$$

jiný způsob řešení

$$\sin^2 x - \cos^2 x = 1$$
$$vzorec: \cos^2 x - \sin^2 x = \cos 2x$$
$$-\cos 2x = 1$$
$$\cos 2x = -1 \Rightarrow 2x = \pi + k2\pi \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$$