INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky.

Výukový materiál pro předmět

STATISTIKA

Reg. č. projektu:	CZ.1.07/1.1.10/01.0007
Název projektu:	**Tvorba výukových materiálů pro žáky podle ŠVP**
Název příjemce:	**Obchodní akademie, České Budějovice, Husova 1**
Klíčová aktivita:	Vytváření podmínek pro implementaci školních vzdělávacích programů ve školách a školských zařízeních, podpora aktivit metodických týmů, podpora pracovníků škol a školských zařízení zapojených do inovace ŠVP.
Použitá literatura:	Seznam použité literatury je uveden v souboru STA_3_Literatura.pdf.

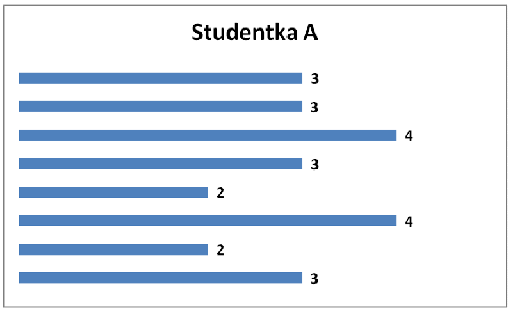
UKAZATELÉ VARIABILITY

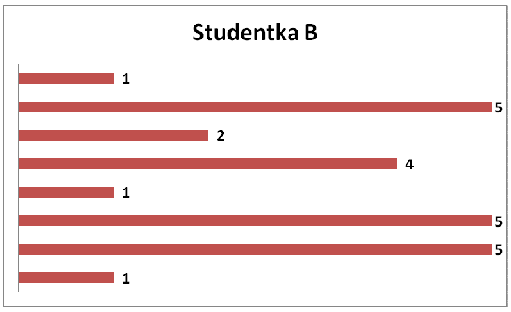
VÝZNAM

Porovnejte známky dvou studentek ze stejného předmětu:

Studentka A:
Studentka B:

Oba soubory mají stejný a dvě stejné , ale liší se – známky studentky jsou vyrovnanější, jsou více kolem aritmetického průměru.





Při statistickém zkoumání nestačí proto vždy jen změřit úroveň zkoumaného znaku pomocí středních hodnot – soubory mohou mít stejný , ale mohou se přesto významně

Variabilita charakterizuje rozptýlenost hodnot statistického znaku, vyjadřuje stupeň určité vlastnosti znaků statistického souboru.

Ukazatelé variability zkoumají, jak se jednotlivé hodnoty znaků liší jednak od střední hodnoty, jednak vzájemně. Zjišťují, do jaké míry je vypočtená střední hodnota typická pro daný soubor, lze totiž říci, že vypovídací schopnost aritmetického průměru je tím , čím je variabilita sledovaného znaku . Naopak vypovídací schopnost aritmetického průměru je tím , čím má sledovaný znak větší variabilitu.

Ukazatelé variability patří k nejdůležitějším ukazatelům vůbec – v řadě statistických disciplín totiž zkoumáme právě intenzitu odlišností údajů a analyzujeme význam faktorů, které tyto odlišnosti způsobují.

Čím je ukazatel variability , tím je soubor a naopak.

TYPY UKAZATELŮ VARIABILITY

Ukazatele variability dělíme na **absolutní a relativní.**

Absolutní vyjadřují variabilitu , v nichž je vyjadřován sledovaný znak.

V případě, že srovnáváme variabilitu souborů , používáme relativní ukazatele variability, což jsou bezrozměrná čísla, resp. je vyjadřujeme .

VÝPOČTY UKAZATELŮ VARIABILITY

- **VARIAČNÍ ROZPĚTÍ**
- **PRŮMĚRNÁ ODCHYLKA**
- **RELATIVNÍ PRŮMĚRNÁ ODCHYLKA**

Příklad

Zjistěte, který pracovník měl vyrovnanější odměny, máte-li k dispozici tyto údaje o výši odměn v prvním pololetí roku:

Měsíc	**Odměny v Kč**	
	1. pracovník	**2. pracovník**
Leden	700	600
Únor	1200	700
Březen	900	700
Duben	1000	1500
Květen	1200	1200
Červen	1000	1300

Variační rozpětí

→ nejjednodušší, ale i nejhrubší ukazatel variability

→ rozdíl mezi a

→ výhodou je snadnost a rychlost výpočtu, jednoduchá interpretace

→ nevýhodou je závislost na krajních hodnotách, které však mohou být nahodilé

Obecný vzorec:

Příklad:

Průměrná odchylka

→ charakterizuje rozložení **všech** hodnot kolem průměru

Zopakujte si vlastnosti aritmetického průměru. Čemu se rovná součet všech odchylek od průměru?

Pro výpočet průměrné odchylky se počítá s odchylkami **v absolutní hodnotě.**

Pozn.:
V matematice označuje pojem absolutní hodnota reálného čísla x (zapsaná jako |x|) hodnotu x bez znaménka. Absolutní hodnota tak určuje vzdálenost bodu na číselné ose od počátku (0).

$$|X| = X \quad pro \quad X \geq 0$$

$$|X| = -X \quad pro \quad X < 0$$

Postup výpočtu:
Průměrná odchylka se počítá jako podíl součtu absolutních odchylek od průměru a jejich počtu. Nejprve proto vypočteme jednotlivé odchylky v absolutní hodnotě, odchylky sečteme a tento součet dělíme počtem odchylek.

Obecný vzorec:

Příklad:

Relativní průměrná odchylka

→ porovnává průměrnou odchylku a průměr

→ vyjadřuje se v procentech

Obecný vzorec:

Příklad:

Průměrná odchylka byla počítána z **prostého aritmetického průměru.** Budeme-li vycházet **z váženého aritmetického průměru,** musíme při výpočtu průměrné odchylky přihlížet k četnostem, tj. násobit odchylky od průměru příslušnou vahou.

Obecný vzorec: $$\bar{d} = \frac{\sum \left| X_i - \bar{X} \right| \times n_i}{\sum n_i}$$

Příklad:

Pomocí výpočtu průměrné odchylky a relativní průměrné odchylky zjistěte, zda byly vyrovnanější výkony v písemném testu žáků ve třídě A nebo ve třídě B.

Bodové hodnocení testu X_i	*Počet žáků*	
	třída A n_i	*třída B n_i*
5	*2*	*0*
10	*4*	*4*
15	*6*	*8*
20	*9*	*6*
25	*7*	*5*
30	*2*	*2*

PŘÍKLADY

1.
Pomocí variačního rozpětí, průměrné odchylky a relativní průměrné odchylky zjistěte, zda má vyrovnanější výkony v opisu student druhého nebo třetího ročníku.
Výkony studenta 2. ročníku v čistých úhozech za minutu: 220; 225; 210; 222; 215; 228.
Výkony studenta 3. ročníku v čistých úhozech za minutu: 275; 280; 270; 275; 270.

2.
Porovnejte výkony dvou malých atletů ve skoku do dálky.
Výkony atleta Felixe v cm: 350; 360; 330; 350; 360; 320.
Výkony atleta Arnošta v cm: 330; 340; 370; 380; 360; 350.

3.
Zjistěte, ve které čerpací stanice byly vyrovnanější ceny benzinu v Kč/l:
Čerpací stanice Čerpadlo: 25,60; 27,30; 27,90; 27,90; 27,40; 27,40; 28,30.
Čerpací stanice Zelený a syn: 28,30; 28,30; 28,70; 28,70; 27,90; 27,90; 28,30.

VÝPOČTY UKAZATELŮ VARIABILITY

- **ROZPTYL**
- **SMĚRODATNÁ ODCHYLKA**
- **VARIAČNÍ KOEFICIENT**

Rozptyl σ^2

→ charakterizuje rozložení **všech** hodnot kolem průměru

→ označujeme řeckým písmenem sigma

Pro výpočet rozptylu se počítá se **čtverci odchylek - odchylkami umocněnými na druhou.** Tím se dosáhne stejného efektu, jako když u průměrné odchylky použijeme absolutní hodnotu – odstraníme záporné hodnoty odchylek.

Postup výpočtu:
Rozptyl se počítá jako průměr druhých mocnin odchylek jednotlivých hodnot od zjištěného aritmetického průměru. Nejprve proto vypočteme druhou mocninu každé odchylky, tyto mocniny sečteme a součet dělíme počtem odchylek.

Obecný vzorec:

Příklad:

U rozsáhlejších je výpočet druhých mocnin odchylek pracný. Statistikové odvodili jednodušší vzorec:

$$\sigma^2 = \overline{X_i^2} - \overline{X}^2$$

Příklad:

Nevýhodou rozptylu ze statistického hlediska je, že je vždy vyjádřen ve čtvercích použité měrné jednotky – např. (Kč)^2. Proto se variabilita popisuje častěji pomocí kladně vzaté odmocniny z rozptylu, která se nazývá **směrodatná odchylka.**

Směrodatná odchylka σ

→ je uvedena ve stejných měrných jednotkách jako zkoumaný statistický znak, lze ji tedy snadno interpretovat.

Postup výpočtu:
Směrodatnou odchylku počítáme jako druhou odmocninu z rozptylu.

Obecný vzorec:

Příklad:

Variační koeficient

→ porovnává směrodatnou odchylku a průměr

→ vyjadřuje se v

Obecný vzorec:

Příklad:

Rozptyl jsme počítali z **prostého aritmetického průměru.** Budeme-li vycházet **z váženého aritmetického průměru,** při výpočtu rozptylu opět přihlížíme k četnostem, tj. násobíme odchylky od průměru příslušnou vahou.

Obecný vzorec: $$\sigma^2 = \frac{\sum \left(Xi - \overline{X}\right)^2 \times n_i}{\sum n_i}$$

Příklad:

Pomocí výpočtu rozptylu, směrodatné odchylky a variačního koeficientu zjistěte, zda byly vyrovnanější výkony v písemném testu žáků ve třídě A nebo ve třídě B.

Bodové hodnocení testu X_i	*Počet žáků*	
	třída A n_i	*třída B n_i*
5	*2*	*0*
10	*4*	*4*
15	*6*	*8*
20	*9*	*6*
25	*7*	*5*
30	*2*	*2*

PŘÍKLADY

4.
Zjistěte pomocí rozptylu, směrodatné odchylky a variačního koeficientu, zda má vyrovnanější výkony v opisu student druhého nebo třetího ročníku,
Výkony studenta 2. ročníku v čistých úhozech za minutu: 220; 225; 210; 222; 215; 228.
Výkony studenta 3. ročníku v čistých úhozech za minutu: 275; 280; 270; 275; 270.

5.

Vypočtěte rozptyl, směrodatnou odchylku a variační koeficient a porovnejte výkony dvou malých atletů ve skoku do dálky.
Výkony atleta Felixe v cm: 350; 360; 330; 350; 360; 320.
Výkony atleta Arnošta v cm: 330; 340; 370; 380; 360; 350.

6.

Zjistěte, ve které čerpací stanice byly vyrovnanější ceny benzinu v Kč/l:
Čerpací stanice Čerpadlo: 25,60; 27,30; 27,90; 27,90; 27,40; 27,40; 28,30.
Čerpací stanice Zelený a syn: 28,30; 28,30; 28,70; 28,70; 27,90; 27,90; 28,30.

OPAKOVÁNÍ

Vysvětlete rozdíl mezi absolutními a relativní ukazateli variability.

Rozdělte probrané ukazatele variability na absolutní a relativní.

a) absolutní ukazatelé variability:

b) relativní ukazatelé variability:

PŘÍKLADY – $R, \overline{d}, rd, \sigma^2, \sigma, V$

7.
Zjistěte, zda byla v minulé zimní sezóně v lyžařském středisku vyrovnanější sněhová pokrývka na hřebenech nebo v údolí. K porovnání použijte údaje z osmi měření výšky sněhové pokrývky.

Sněhová pokrývka v cm	hřeben	140	135	146	145	125	145	175	165
	údolí	65	65	70	70	64	62	75	65

8.

Vyšší odměnu získá ten soustružník, který opracovává přesněji hřídel. Hřídel má mít v průměru 50 mm ± 5 mm. Porovnejte výkony obou soustružníků:
Průměry hřídelí soustružníka A v mm: 52; 51; 50; 52; 53; 54; 52; 51; 50; 55.
Průměry hřídelí soustružníka B v mm: 52; 53; 53; 54; 53; 51; 50; 50; 51; 53.

9.

Který z plnicích strojů plní vyrovnaněji balení potravin – stroj na plnění balíčků corn-flakes nebo stroj na plnění lahví s vodou? Pro porovnání máte k dispozici následující měření:

Balíčky corn-flakes v g: 500; 510; 505; 507; 502; 500

Lahve vody v ml: 1500; 1510; 1505; 1507; 1507; 1501

10.
Samostatná práce č. 4 – výpočty ukazatelů variability v tabulkovém procesoru.

Porovnejte absenci žáků dvou skupin 2. ročníku.

1. Pomocí funkcí a vzorců vypočtěte pro každou skupinu:
   a) střední hodnoty
   b) ukazatele variability.

2. Vytvořte dva grafy, jimiž porovnáte absenci těchto dvou skupin, co graficky znázorníte a jaký typ grafu použijete, záleží na vás.

3. Odpovězte na následující otázky:
   a) Která skupina měla vyrovnanější absenci a proč?
   b) Která skupina měla vyšší průměrnou absenci?
   c) Jaká byla v každé ze skupin nejvyšší a jaká byla nejnižší absence?
   d) Jaká absence byla prostředním údajem v každé skupině?
   e) Který údaj v každé skupině rozděluje údaje na dvě stejné velké části co do počtu prvků tak, že údaje v jedné části jsou menší (nanejvýše rovny) než tento údaj, a v druhé části jsou větší (nanejvýše rovny) než tento údaj?
   f) Který údaj se v absenci vyskytuje nejčastěji?

Použité zdroje

Hindls R., Hronová S., Seger J., Fischer J. Statistika pro ekonomy. Osmé vydání. Professional Publishing 2007

Burda Z. Statistika pro obchodní akademie. 4. vydání. Nakladatelství Fortuna 2002

http://www.czso.cz

http://www.wikipedia.cz