INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky.

# Výukový materiál pro předmět

# SEMINÁŘ Z MATEMATIKY 3. ročník

Reg. č. projektu: CZ.1.07/1.1.10/01.0007

Název projektu: **Tvorba výukových materiálů pro žáky podle ŠVP**

Název příjemce: **Obchodní akademie, České Budějovice, Husova 1**

Klíčová aktivita: Využití ICT ve výuce matematiky

Použitá literatura: Seznam použité literatury je uveden v souboru SMAT_3_Literatura.

# Komplexní čísla, operace s komplexními čísly

## Definice:

Komplexní čísla $(C)$ – složená (reálná a imaginární část)
$N \subset Z \subset Q \subset R \subset C$
imaginární jednotka: $i$ $(i^2 = -1)$
komplexní číslo (algebraický tvar komplexního čísla): $a = a_1 + a_2 i$, $a_1, a_2 \in R$
ryze imaginární číslo: $a = a_2 i$
reálné číslo: pro $a_2 = 0$
komplexně sdružené číslo $\overline{a}$ k $a = a_1 + a_2 i$ je $\overline{a} = a_1 - a_2 i$
opačné komplexní číslo k $a = a_1 + a_2 i$ je $-a = -a_1 - a_2 i$
Operace s komplexními čísly:
Rovnost:
Pro komplexní čísla *a*, *b* platí rovnost $a_1 + a_2 i = b_1 + b_2 i$ právě tehdy, jestliže $a_1 = b_1$ a $a_2 = b_2$.
Součet:
Součet dvou libovolných komplexních čísel $a_1 + a_2 i, b_1 + b_2 i$ je komplexní číslo
$(a_1 + b_1) + (a_2 + b_2) i$
Součin:
Součin dvou komplexních čísel $a_1 + a_2 i, b_1 + b_2 i$ je komplexní číslo
$(a_1 b_1 - a_2 b_2) + (a_1 b_2 + a_2 b_1) i$
Podíl:
Při podílu využijeme skutečnost, že součin 2 komplexně sdružených čísel je reálné číslo, tj. podíl rozšíříme komplexně sdruženým číslem k jmenovateli.

## Řešené příklady:

**Příklad 1.**
Jsou dána komplexní čísla $a = 3 - 4i, b = -2 - 5i$. Vypočtěte jejich součet a součin.
Budeme postupovat podle definice, tj. u součtu sečteme zvlášť jejich reálné složky a imaginární části. U součinu nemusíme znát definici, stačí pokud umíme násobit mezi sebou dvojčleny.
součet: $a + b = (3 - 4i) + (-2 - 5i) = (3 - 2) + (-4i - 5i) = 1 - 9i$
součin: $a \cdot b = (3 - 4i) \cdot (-2 - 5i) = -6 + 8i - 15i + 20i^2 = -26 - 7i$ $\boxed{i^2 = -1}$

**Příklad 2.**
Vypočítejte rozdíl komplexních čísel $a = -5 + 2i, b = -3 + i$
K číslu *a* přičteme opačné komplexní číslo k *b*.
$a - b = (-5 + 2i) - (-3 + i) = (-5 + 2i) + (3 - i) = -2 + i$

**Příklad 3.**

Vydělte komplexní čísla $a = 1 + i, b = 2 - 3i$

Zlomek rozšíříme číslem komplexně sdruženým k jmenovateli.

$$\frac{1+i}{2-3i} = \frac{(1+i)\cdot(2+3i)}{(2-3i)\cdot(2+3i)} = \frac{2+2i+3i+3i^2}{4-9i^2} = \frac{-1+5i}{13} = -\frac{1}{13} + \frac{5}{13}i \qquad \boxed{i^2 = -1}$$

**Příklad 4.**

Určete imaginární část komplexního čísla $z = \dfrac{(1+i)\cdot(1-2i)}{3+i}$

Nejdříve upravíme čitatele (součin), potom provedeme vydělení, tj. rozšíříme zlomek číslem $3 - i$.

$$z = \frac{(1+i)\cdot(1-2i)}{3+i} = \frac{1+i-2i-2i^2}{3+i} = \frac{(3-i)\cdot(3-i)}{(3+i)\cdot(3-i)} = \frac{9-6i+i^2}{9-i^2} = \frac{8-6i}{10} = \frac{4}{5} - \frac{3}{5}i\,.$$

Imaginární složka čísla je $-\dfrac{3}{5}$

**Příklad 5.**

Vypočtěte $(2+i)^3$

Číslo budeme umocňovat pomocí vzorce $(a+b)^3$ nebo pomocí binomické věty.

$$(2+i)^3 = 2^3 + 3\cdot 2^2 \cdot i + 3\cdot 2\cdot i^2 + i^3 = 8 + 12i + 6i^2 + i^3 = 8 + 12i - 6 - i = 2 + 11i$$

## Použitá literatura

Ovarko, O. – Calda, E.: Metody řešení matematických úloh. SPN Praha 1990.
Janourová, E. – Janura, M.: Matematika, průvodce učivem základní a střední školy. Rubico, Olomouc 1999.
Beran, L. – Ondráčková, I.: Prověřte si své matematické nadání. SNTL Praha 1988.
Boucník P. – Herman J.: Odmaturuj z matematiky 3. DIDAKTIS Praha 2004.
Čermák P. – Červínková P.: Odmaturuj z matematiky. DIDAKTIS 2002.
Jirásek F. – Horák S.: Sbírka úloh z matematiky pro SOŠ a pro studijní obory SOU. Prométheus 2006.