EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
Jihočeský kraj

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky.

Výukový materiál pro předmět

MATEMATIKA 4. ročník

Reg. č. projektu: CZ.1.07/1.1.10/01.0007

Název projektu: **Tvorba výukových materiálů pro žáky podle ŠVP**

Název příjemce: **Obchodní akademie, České Budějovice, Husova 1**

Klíčová aktivita: Využití ICT ve výuce matematiky

Použitá literatura: Seznam použité literatury je uveden v souboru MAT_4_Literatura.

4.1.7 Užití aritmetické posloupnosti v praktických příkladech

Řešené příklady

Příklad 1)

V cirkuse jsou místa k sezení pro diváky v jednom sektoru uspořádána tak, že v každé vyšší řadě je o 1 místo víc, než v předcházející. Kolik míst je v sektoru o 22 řadách, jestliže v první řadě je 8 míst?

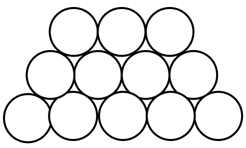
Ze zadání vidíme, že počet míst v každé následující řadě je o 1 větší (toto je diference aritmetické posloupnosti), 22 řad je počet členů této posloupnosti (n) a 8 míst je první člen aritmetické posloupnosti. Dosadíme do vzorce pro n-tý člen aritmetické posloupnosti.
V poslední řadě je 29 míst. Nyní spočítáme součet všech řad této posloupnosti, tj. všechna místa v sektoru.

$$a_n = a_1 + (n-1)\cdot d \qquad s_n = \frac{n}{2}\cdot(a_1 + a_n)$$
$$a_n = 8 + (22-1)\cdot 1 \qquad s_n = 11\cdot(8+29)$$
$$a_n = 29 \qquad s_n = 407$$

V sektoru je 407 míst.

Příklad 2)

Kovové roury se ukládají do několika vrstev tak, že roury horní vrstvy zapadají do mezer spodní vrstvy. Do kolika vrstev je uloženo 102 rour, jestliže v nejvyšší vrstvě jsou 3 roury? Kolik rour leží ve vrstvě na zemi?



102 rour představuje součet této aritmetické posloupnosti. Počet rour (počítáno shora) narůstá v další řadě o jeden (diference $d=1$), musíme vypočítat a_n (počet rour v poslední řadě) a počet řad (n)

1. $$s_n = \frac{n}{2}\cdot(a_1 + a_n) \qquad 102 = \frac{n}{2}\cdot(3 + a_n)$$
2. $$a_n = a_1 + (n-1)\cdot d \qquad a_n = 3 + (n-1)\cdot 1$$

Řešením této soustavy rovnic (1 a 2) vyjde $n = 12, a_n = 14$.

Příklad 3)

Brigádníci vydělali dohromady za jeden den 2700 Kč. První, který pracoval nejvíc, vydělal 400 Kč a každý další o 25 Kč méně než předchozí. Kolik jich bylo?

Částku 2700 Kč považujeme za součet této aritmetické posloupnosti. Protože výdělky jednotlivých brigádníků se liší o 25 Kč, považujeme tuto částku za diferenci této posloupnosti. Brigádník s částkou 400 Kč bude první člen této posloupnosti. Budeme řešit tuto soustavu rovnic:

1. $s_n = \frac{n}{2} \cdot (a_1 + a_n)$ 2. $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$

$2700 = \frac{n}{2} \cdot (400 + a_n)$ $a_n = 400 + (n-1) \cdot (-25)$

Do první rovnice dosadíme za a_n. Potom řešíme první rovnici s neznámou n

$$2700 = \frac{n}{2} \cdot (400 + 400 + (n-1) \cdot (-25))$$

$$2700 = \frac{n}{2} \cdot (800 - 25n + 25)$$

$$5400 = 800n - 25n^2 + 25n$$

$$0 = 25n^2 - 825n + 5400 \,/ : 25$$

$$0 = n^2 - 33n + 216$$

Řešením této kvadratické rovnice dostáváme 2 kořeny (24 *nebo* 9)
Nyní provedeme zkoušku pro tato 2 řešení
pro $n = 24$ platí, že $a_{24} = a_1 + 23d = 400 + 23 \cdot (-25) = -175$, hodnota nevyhovuje
pro $n = 9$ platí $a_9 = a_1 + 8d = 400 + 8 \cdot (-25) = 200$, hodnota vyhovuje
Na brigádě bylo 9 lidí.

Příklad 4)

Část střechy domu má tvar lichoběžníka a je třeba ji pokrýt taškami. Víme, že do řady u hřebenu se vejde 85 tašek, do spodní řady při okapu 105 tašek. Při tom jsou tašky srovnány tak, aby v každé následující řadě bylo o jednu tašku více než v řadě předchozí. Kolik je třeba tašek na pokrytí části střechy?

Známe první a poslední člen aritmetické posloupnosti, diference je 1. Neznáme počet řad a součet všech tašek. Při výpočtu vyjdeme ze základních vzorců.

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$$

$$s_n = \frac{n}{2} \cdot (a_1 + a_n)$$

Z první rovnice vyjádříme n.

$105 = 85 + (n-1) \cdot 1 \Rightarrow n = 105 - 85 + 1 = 21$

Nyní dosadíme do vzorce pro součet posloupnosti

$$s_n = \frac{21}{2} \cdot (85 + 105) = 1995$$

Na pokrytí střechy je třeba 1995 tašek ve 21 řadách.

Použitá literatura

Janourová, E. – Janura, M.: Matematika, průvodce učivem základní a střední školy. Rubico, Olomouc 1999.
Boucník P. – Herman J.: Odmaturuj z matematiky 3. DIDAKTIS Praha 2004.
Čermák P. – Červínková P.: Odmaturuj z matematiky. DIDAKTIS Praha 2002.
Huťka V. – Cirjak M.: Matematika pro SOŠ a studijní obory SOU 7. část. SPN Praha 1986.