INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky.

Výukový materiál pro předmět

MATEMATIKA 4. ročník

Reg. č. projektu: CZ.1.07/1.1.10/01.0007

Název projektu: **Tvorba výukových materiálů pro žáky podle ŠVP**

Název příjemce: **Obchodní akademie, České Budějovice, Husova 1**

Klíčová aktivita: Využití ICT ve výuce matematiky

Použitá literatura: Seznam použité literatury je uveden v souboru MAT_4_Literatura.

4.1.1 Pojem posloupnosti, její určení, vlastnosti

Definice

Posloupnost je funkce, která je definována na množině přirozených čísel (N) – nekonečná posloupnost.
Posloupnost , která je definována na množině prvních n přirozených čísel (N) – konečná posloupnost.
Hodnota posloupnosti v určitém bodě n je člen posloupnosti.
Zadání posloupností:

a) vzorcem n – tého členu
b) rekurentně (na základě sousedních členů a hodnotami prvních členů)
c) několika konkrétními členy posloupnosti

Vlastnosti posloupnosti pro všechna $n \in N$ (monotónnost):

a) rostoucí : $a_{n+1} > a_n$
b) klesající: $a_{n+1} < a_n$
c) neklesající: $a_{n+1} \geq a_n$
d) nerostoucí: $a_{n+1} \leq a_n$

Řešené příklady:

Příklad 1)

Určete prvních 5 členů posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{+\infty}$, $a_n = 3^n$

Postupně budeme za n dosazovat číslice 1 až 5 a určíme členy a_1, a_2, a_3, a_4, a_5

$a_1 = 3^1 = 3 \qquad a_2 = 3^2 = 9 \qquad a_3 = 3^3 = 27 \quad a_4 = 3^4 = 81 \quad a_5 = 3^5 = 243$

Příklad 2)

Zjistěte, zda posloupnost $\left(\frac{1}{2n}\right)_{n=1}^{+\infty}$ je monotónní:

Vypočteme a_{n+1} člen (místo n dosadíme $n+1$) a odečteme jej od členu a_n

$$a_{n+1} = \frac{1}{2\cdot(n+1)} = \frac{1}{2n+2}$$

$a_{n+1} - a_n = \frac{1}{2n+2} - \frac{1}{2n} = \frac{n-(n+1)}{2\cdot(n+1)\cdot n} = \frac{-1}{2\cdot(n+1)\cdot n} < 0$ (čitatel je záporný). Podle definice je posloupnost klesající, tedy monotónní.

Příklad 3)

Posloupnost $(a_n)_{n=1}^{+\infty}$, $a_n = n(n+1)$ určete rekurentně:

Určíme několik prvních členů a člen a_{n+1} $\quad a_1 = 2, a_2 = 6 \ldots$

$a_{n+1} = (n+1)\cdot(n+1+1) = (n+1)\cdot(n+2)$

$a_{n+1} - a_n = (n+1)\cdot(n+2) - n\cdot(n+1) = 2\cdot(n+1)$

Z toho plyne, že $a_{n+1} = a_n + 2\cdot(n+1), a_1 = 2$

Obdobně lze tento příklad řešit podílem:

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{(n+1)\cdot(n+2)}{n\cdot(n+1)} = \frac{n+2}{n}$$

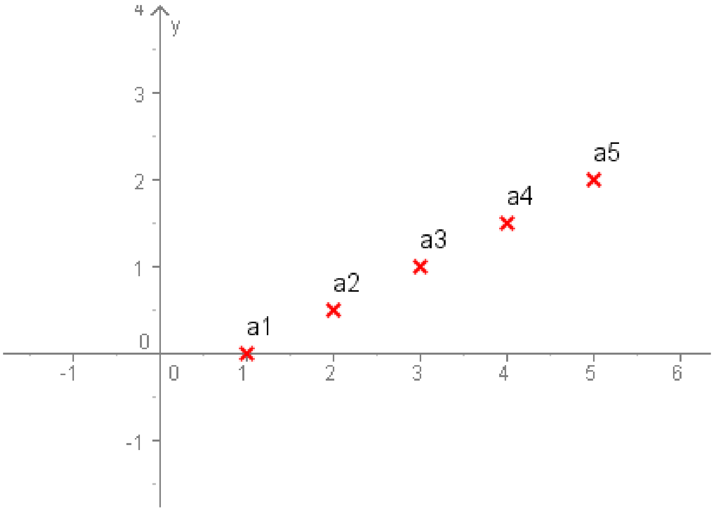
Z toho plyne, že $a_{n+1} = a_n \cdot \frac{n+2}{2}, a_1 = 2$

Příklad 4)

Graficky znázorněte konečnou posloupnost $\left(\frac{n-1}{2}\right)_{n=1}^{5}$

Vypočítáme prvních pět členů: $a_1 = 0, a_2 = \frac{1}{2}, a_3 = 1, a_4 = \frac{3}{2}, a_5 = 2$

Na osu x budeme nanášet n (1, 2, 3, 4, 5) a na osu y členy posloupnosti.



Použitá literatura

Janourová, E. – Janura, M.: Matematika, průvodce učivem základní a střední školy. Rubico, Olomouc 1999.
Boucník P. – Herman J.: Odmaturuj z matematiky 3. DIDAKTIS Praha 2004.
Čermák P. – Červínková P.: Odmaturuj z matematiky. DIDAKTIS Praha 2002.
Huťka V. – Cirjak M.: Matematika pro SOŠ a studijní obory SOU 7. část. SPN Praha 1986.