



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky.

Výukový materiál pro předmět

MATEMATIKA 4. ročník

Reg. č. projektu:	CZ.1.07/1.1.10/01.0007
Název projektu:	Tvorba výukových materiálů pro žáky podle ŠVP
Název příjemce:	Obchodní akademie, České Budějovice, Husova 1
Klíčová aktivita:	Využití ICT ve výuce matematiky
Použitá literatura:	Seznam použité literatury je uveden v souboru MAT_4_Literatura.

4.1.3 Aritmetická posloupnost

Definice:

Posloupnost se nazývá aritmetická, jestliže je rozdíl libovolného (kromě prvního) a předcházejícího členu stálý. Tento rozdíl se nazývá diference a označujeme ji d .

Vzorec:

Výpočet n – tého členu: $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$

Aritmetický průměr aritmetické posloupnosti: $a_n = \frac{a_{n+1} + a_{n-1}}{2}$

Součet n členů aritmetické posloupnosti: $s_n = \frac{n}{2} \cdot (a_1 + a_n)$

Řešené příklady:

Příklad 1)

Určete prvních 6 členů aritmetické posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{+\infty}$, ve které je $a_1 = 25$, $d = -7$

Podle definice aritmetické posloupnosti $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$ za n postupně dosazujeme čísla 2 až 6

$$a_2 = a_1 + d = 25 + (-7) = 18$$

$$a_3 = a_2 + d = 18 + (-7) = 11$$

$$a_4 = a_3 + d = 11 + (-7) = 4$$

$$a_5 = a_4 + d = 4 + (-7) = -3$$

$$a_6 = a_5 + d = -3 + (-7) = -10$$

Příklad 2)

Aritmetická posloupnost je určena členem $a_1 = -9$ a diferencí $d = \frac{2}{3}$.

Určete: a) a_7 b) a_{16}

Do vzorce $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$ dosadíme za n postupně číslo 7 a 16

$$\text{a) } a_7 = a_1 + (7-1) \cdot d = (-9) + 6 \cdot \frac{2}{3} = -9 + 4 = -5$$

$$\text{b) } a_{16} = a_1 + (16-1) \cdot d = -9 + 15 \cdot \frac{2}{3} = -9 + 10 = 1$$

Příklad 3)

Napište prvních 5 členů aritmetické posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{+\infty}$, jestliže je dáno $a_3 = 10$, $a_5 = 2$

Nejdříve vypočteme člen a_4 podle následujícího vzorce $a_n = \frac{a_{n+1} + a_{n-1}}{2}$ (za n

dosadíme číslo 4)

$$a_4 = \frac{a_5 + a_3}{2} = \frac{2 + 10}{2} = 6$$

Dále určíme diferenci (rozdíl libovolného a předchozího členu)

$$d = a_4 - a_3 = 6 - 10 = (-4)$$

$$a_3 = a_2 + d \Rightarrow a_2 = a_3 - d = 10 - (-4) = 14$$

$$a_1 = a_2 - d = 14 - (-4) = 18$$

Příklad 4)

Zjistěte, zda číslo 62 je členem aritmetické posloupnosti: $-14,5; -10; -5,5; -1; 3,5; 8 \dots$

Dosadíme do základního vzorce pro n -tý člen, n vypočteme a zjistíme, zda n je přirozené číslo.

$$62 = -14,5 + (n-1) \cdot 4,5$$

$$62 + 14,5 = (n-1) \cdot 4,5$$

$$76,5 = (n-1) \cdot 4,5 / 4,5$$

$$17 = (n-1)$$

$$n = 18$$

Číslo 62 je členem této aritmetické posloupnosti

Příklad 5)

Dokažte, že posloupnost $(2n-2)_{n=1}^{+\infty}$ je aritmetická.

Vypočteme několik členů této posloupnosti:

$$a_1 = 2 \cdot 1 - 2 = 0$$

$$a_2 = 2 \cdot 2 - 2 = 2$$

$$a_3 = 2 \cdot 3 - 2 = 4$$

$$a_4 = 2 \cdot 4 - 2 = 6$$

Diference této posloupnosti je 2 a platí pro všechny rozdíly libovolného a předchozího členu.

Příklad lze řešit i obecně, tj. vytvořit člen a_{n+1} a provést rozdíl $a_{n+1} - a_n = d$

$$a_{n+1} = 2 \cdot (n+1) - 2 = 2n$$

$$a_{n+1} - a_n = 2n - (2n-2) = 2 = d$$

Příklad 6)

Vypočtete součet prvních 10 členů aritmetické posloupnosti určené členem $a_1 = 10$ a doferencí $d = 2$

Pro výpočet použijeme vzorec pro součet členů aritmetické posloupnosti

$$s_n = \frac{n}{2} \cdot (a_1 + a_n)$$

$$s_{10} = \frac{10}{2} \cdot (a_1 + a_{10}) = 5 \cdot (10 + a_1 + 9d) = 5 \cdot (10 + 10 + 9 \cdot 2) = 190$$

Součet 10 členů aritmetické posloupnosti je 190

Použitá literatura

Janourová, E. – Janura, M.: Matematika, průvodce učivem základní a střední školy. Rubico, Olomouc 1999.

Boucník P. – Herman J.: Odmaturuj z matematiky 3. DIDAKTIS Praha 2004.

Čermák P. – Červínková P.: Odmaturuj z matematiky. DIDAKTIS Praha 2002.

Huťka V. – Cirjak M.: Matematika pro SOŠ a studijní obory SOU 7. část.

SPN Praha 1986.