I N V E S T I C E   D O   R O Z V O J E   V Z D Ě L Á V Á N Í

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky.

Výukový materiál pro předmět

MATEMATIKA

3. ročník

Reg. č. projektu:	CZ.1.07/1.1.10/01.0007
Název projektu:	**Tvorba výukových materiálů pro žáky podle ŠVP**
Název příjemce:	**Obchodní akademie, České Budějovice, Husova 1**
Klíčová aktivita:	Využití ICT ve výuce matematiky
Použitá literatura:	Seznam použité literatury je uveden v souboru MAT_3_Literatura.

Pravděpodobnost sjednocení jevů

Jedním z axiómů, na nichž je vybudována teorie pravděpodobnosti, podle něhož je pravděpodobnost sjednocení neslučitelných jevů rovna součtu pravděpodobností těchto jevů. Tvoří-li jevy A_1, A_2, ..., A_s skupinu neslučitelných jevů, pak podle tohoto axiómu je

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_s) = P(A_1) + P(A_2) + \ldots + P(A_s).$$

Cvičení 1.

V loterii je 1000 losů, ze kterých jeden vyhrává první cenu, pět vyhrává druhou cenu a dvacet vyhrává třetí cenu. Jaká je pravděpodobnost, že na zakoupený los vyhrajeme nějakou cenu?

Označme jako jev A výhru první ceny, jako jev B výhru druhé ceny a jako jev C výhru třetí ceny. Při zakoupení jednoho losu je:

$$P(A) = \frac{1}{1000} = 0{,}001$$

$$P(B) = \frac{5}{1000} = 0{,}005$$

$$P(C) = \frac{20}{1000} = 0{,}020$$

Pokud se vytažené losy do osudí nevracejí, nemůžeme na los vyhrát více než jednou. V takovém případě jevy A, B, C tvoří skupinu neslučitelných jevů. Pro neslučitelné jevy je pravděpodobnost vyhrát alespoň jednou stejná jako pravděpodobnost vyhrát právě jednou. Pravděpodobnost výhry první, druhé nebo třetí ceny je

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) = 0{,}001 + 0{,}005 + 0{,}020 = 0{,}026.$$

Pravděpodobnost sjednocení jevů (bez podmínky neslučitelnosti)

Vyjdeme z libovolných dvou jevů A a B. Sjednocením dvou neslučitelných jevů, jejichž průnik není jev nemožný, je jev, který vyjadřuje nastoupení jenom jednoho z nich, nebo současné nastoupení obou. Dostáváme vzorec pro pravděpodobnost sjednocení libovolných jevů A a B, tj.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

Poznámka:

V případě, že jevy A a B jsou neslučitelné (jejich průnik je jev nemožný), je $P(A \cap B) = 0$, takže uvedený vzorec není v rozporu s výchozím tvrzením, že pravděpodobnost sjednocení neslučitelných jevů je rovna součtu pravděpodobností těchto jevů.

Cvičení 2.

Pravděpodobnost úspěchu určité akce je při prvním pokusu 0,8 a při druhém pokusu 0,9. Jaká je pravděpodobnost alespoň jednoho úspěchu, jestliže výsledek prvního pokusu neovlivňuje pravděpodobnost výsledku druhého pokusu?

Označme jako jev A úspěch v prvním pokusu a jako jev B úspěch ve druhém pokusu. Pravděpodobnost jevu A je 0,8 a pravděpodobnost jevu B je 0,9. Vzhledem k nezávislosti jevů A a B je pravděpodobnost jejich průniku součinem pravděpodobností $0{,}8 \cdot 0{,}9 = 0{,}72$. Pravděpodobnost alespoň jednoho úspěchu je pravděpodobnost sjednocení jevů A a B, takže

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0{,}8 + 0{,}9 - 0{,}72 = 0{,}98.$$

Poznámka:

Ke stejnému výsledku jsme mohli dospět i jiným způsobem. Jev opačný k jevu alespoň jeden úspěch je jev ani jeden úspěch. Pravděpodobnost ani jednoho úspěchu je pravděpodobnost současného nastoupení jevů A a B, která (opět vzhledem k nezávislosti jevů A, B) je

$$P\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)=(1-0,8)\cdot(1-0,9)=0,02\,.$$

Pravděpodobnost ani jednoho úspěchu je 0,02, takže pravděpodobnost alespoň jednoho úspěchu je 1 – 0,02 = 0,98.

Tvoří-li jevy A_1, A_2, ..., A_s skupinu vzájemně nezávislých jevů, můžeme pravděpodobnost jejich sjednocení vypočíst podle vzorce

$$P\left(A_1\cup A_2\cup\ldots\cup A_s\right)=1-\left[P\left(\overline{A_1}\right)+P\left(\overline{A_2}\right)+\ldots+P\left(\overline{A_s}\right)\right].$$

Příklad 1.

Přístroj je sestaven ze tří nezávisle pracujících částí. Ve sledovaném časovém intervalu je pravděpodobnost poruchy každé části 0,1. Jaká je pravděpodobnost, že
a) ani jedna část nebude mít poruchu,
b) všechny části budou mít poruchu,
c) právě jedna část bude mít poruchu,
d) alespoň jedna část bude mít poruchu?

Příklad 2.

K osevu byly vybrány dvě odrůdy pšenice, a to 20 % první odrůdy a 80 % druhé odrůdy. Pravděpodobnost, že ze zrna vyroste klas, je pro první odrůdu 0,95 a pro druhou odrůdu 0,98. Jaká je pravděpodobnost, že z náhodně vybraného zrna vyroste klas?

Příklad 3.

Ve třídě je 70 % chlapců a 30 % dívek. S vyznamenáním studuje 20 % chlapců a 10 % dívek. Náhodně vybereme jednoho žáka. Jaká je pravděpodobnost, že studuje s vyznamenáním?

Přehled použité literatury

- Calda, E., Petránek, O., Řepová, J.: Matematika 1. Část pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť, SPN, n. p., Praha 1984
- Odvárko, O., Řepová, J.: Matematika 3. Část pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť, SPN, n. p., Praha 1988
- Petránek, O., Calda, E., Hebák, P.: Matematika 4. Část pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť, SPN, n. p., Praha 1985
- Huťka, V., Cirjak, M., Drobná, O., Švidroňová, A.: Matematika 7. Část pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť, SPN, n. p., Praha 1986
- Polák, J.: Přehled středoškolské matematiky, Prometheus, s. r. o., Praha 2005
- Polák, J.: Středoškolská matematika v úlohách I, Prometheus, s. r. o., Praha 2002
- Polák, J.: Středoškolská matematika v úlohách II, Prometheus, s. r. o., Praha 1999
- Bušek, I.: Řešené maturitní úlohy z matematiky, Prometheus, s. r. o., Praha 2005
- Kubát, J., Hrubý, D., Pilgr, J.: Sbírka úloh z matematiky pro střední školy – maturitní minimum, Prometheus, s. r. o., Praha 2005
- Čermák, P., Červinková, P.: Odmaturuj z matematiky 1, Didaktis, s. r. o., Brno 2004
- Boucník, P., Herman, J., Krupka, P., Šimša, J.: Odmaturuj z matematiky 3, Didaktis, s. r. o., Brno 2004
- Hudcová, M., Kubíčková, L.: Sbírka úloh z matematiky pro střední odborné učiliště a střední odborné školy, Prometheus, s. r. o., Praha 2006
- Hudcová, M., Kubíčková, L.: Sbírka úloh z matematiky pro střední odborné učiliště a střední odborné školy a nástavbové studium, Prometheus, s. r. o., Praha 2006
- Kubát, J.: Sbírka úloh z matematiky pro přípravu k maturitní zkoušce a k přijímacím zkouškám na vysoké školy, Prometheus, s. r. o., Praha 2004
- Odvárko, O.: Sbírka úloh z matematiky pro gymnázia – funkce, Prometheus, s. r. o., Praha 2008
- Bušek, I.: Sbírka úloh z matematiky pro gymnázia – analytická geometrie, Prometheus, s. r. o., Praha 2006
- Petáková, J.: Matematika – příprava k maturitě a k přijímacím zkouškám na vysoké školy, Prometheus, s. r. o., Praha 2005
- Janeček, F.: Sbírka úloh z matematiky pro střední školy – výrazy, rovnice, nerovnice a jejich soustavy, Prometheus, s. r. o., Praha 2008
- Pešková, E., Mulačová, J.: Přehled středoškolské matematiky, Albra, Praha 1996
- Hrubý, D.: Matematická cvičení pro střední školy, Prometheus, s. r. o., Praha 2008
- Kováčik, J. a kolektiv: Řešené příklady z matematiky pro střední školy, ASPI, a. s., Praha 2006

EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
JIHOČESKÝ KRAJ
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ
Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky.