



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky.

Výukový materiál pro předmět

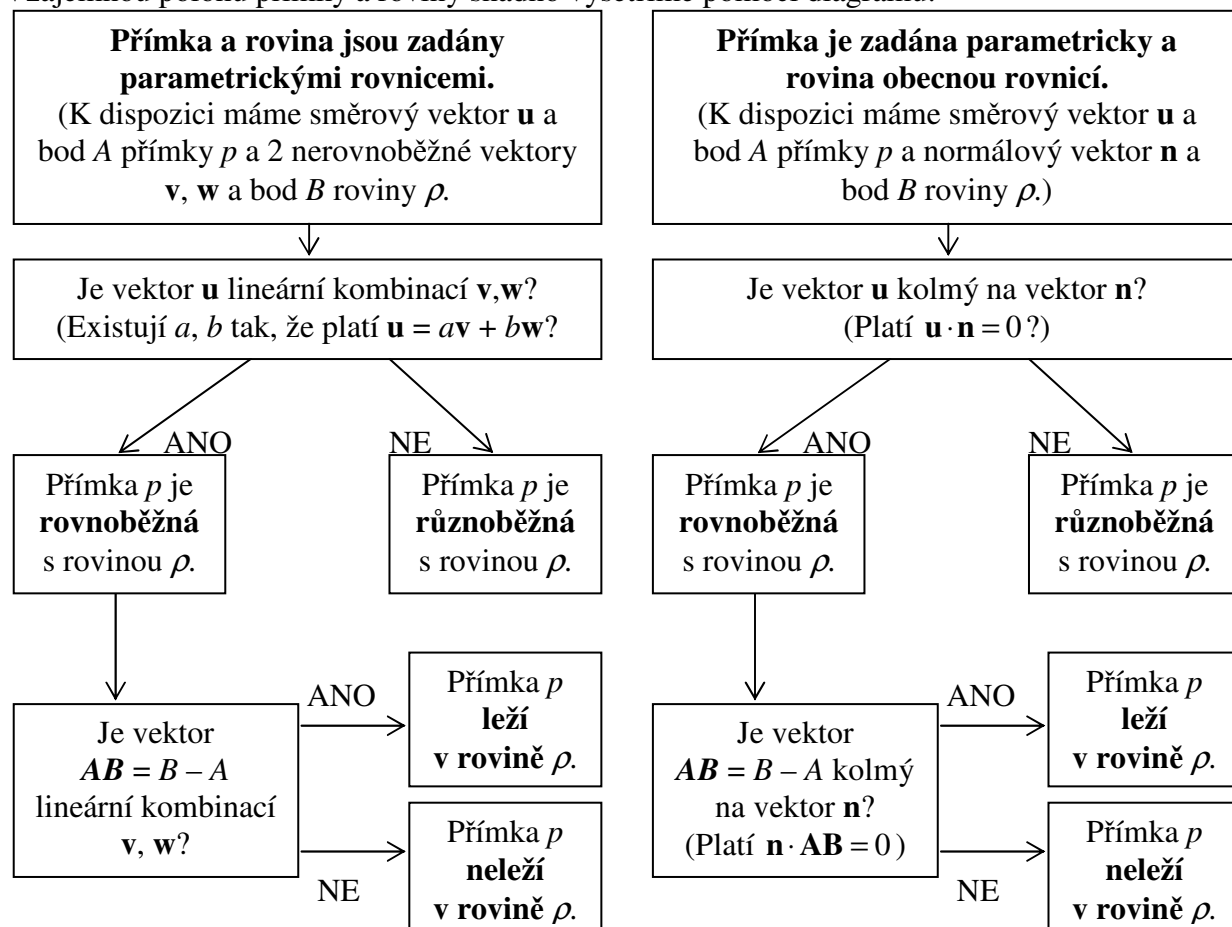
MATEMATIKA

3. ročník

Reg. č. projektu:	CZ.1.07/1.1.10/01.0007
Název projektu:	Tvorba výukových materiálů pro žáky podle ŠVP
Název příjemce:	Obchodní akademie, České Budějovice, Husova 1
Klíčová aktivita:	Využití ICT ve výuce matematiky
Použitá literatura:	Seznam použité literatury je uveden v souboru MAT_3_Literatura.

Vzájemná poloha přímky a roviny

Vzájemnou polohu přímky a roviny snadno vyšetříme pomocí diagramu:



Poznámka.

Průsečík přímky a roviny snadno vypočteme ze soustavy 4 (resp. 6) rovnic, kterou tvoří 3 rovnice přímky a 1 rovnice roviny (resp. 3 rovnice přímky a 3 rovnice roviny).

Cvičení 1.

Rozhodněte, jakou vzájemnou polohu má rovina ρ a přímka p , znáte-li jejich parametrické vyjádření:

$$\rho: x = 1 - 2r + 5s, y = 2 + 3r, z = 4s; \quad r, s \in R$$

$$p: x = 4 - 3t, y = 5 - 3t, z = 4 - 4t; \quad t \in R$$

I. způsob

Budeme postupovat podle diagramu. Víme, že $u = (-3, -3, -4)$, $v = (-2, 3, 0)$, $w = (5, 0, 4)$, $A[4, 5, 4]$, $B[1, 2, 0]$.

Budeme zjišťovat zda, vektor u je lineární kombinací vektorů v a w .

$$u = kv + lw$$

Po dosazení získáváme:

$$(-3, -3, -4) = k(-2, 3, 0) + l(5, 0, 4)$$

Získáváme soustavu tří rovnic o dvou neznámých:

$$-3 = -2k + 5l$$

$$-3 = 3k$$

$$-4 = 4l$$

Z druhé a třetí rovnice získáváme řešení: $k = -1$, $l = -1$. Řešení ověříme v první rovnici:

$-3 = -2 \cdot (-1) + 5 \cdot (-1)$. Je zřejmé, že vektor \mathbf{u} je lineární kombinací vektorů \mathbf{v} , \mathbf{w} . Přímka je rovnoběžná s rovinou. Zbývá ověřit, zda přímka leží nebo neleží v rovině. Určíme vektor \mathbf{AB} : $\mathbf{AB} = (-3, -3, -4)$.

Vzhledem k tomu, že vektory \mathbf{u} a \mathbf{AB} jsou si rovny, je zřejmé, že vektor \mathbf{AB} je lineární kombinací vektorů \mathbf{v} a $\mathbf{w} \rightarrow$ přímka p leží v rovině ρ .

II. způsob

Řešíme soustavu rovnic:

$$x = 1 - 2r + 5s$$

$$y = 2 + 3r$$

$$z = 4s$$

$$x = 4 - 3t$$

$$y = 5 - 3t$$

$$z = 4 - 4t$$

S výhodou použijeme srovnávací metodu. Porovnáním 1. a 4., 2. a 5., 3. a 6. rovnice získáme soustavu tří rovnic o třech neznámých r , s , t :

$$\begin{array}{rcl} 1 - 2r + 5s = 4 - 3t & & \\ 2 + 3r = 5 - 3t & / \cdot (-1) & \\ 4s = 4 - 4t & / \cdot 3 & \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} + \left. \begin{array}{l} \\ / \cdot (-4) \\ \end{array} \right\} +$$

Po úpravách dostáváme:

$$-1 - 5r + 5s = -1$$

$$-8 - 12r + 12s = -8$$

Vynásobením první rovnice číslem 12 a druhé číslem -5 dostáváme:

$$-12 - 60r + 60s = -12$$

$$40 + 60r - 60s = 40$$

Sečtením obou rovnic získáváme výraz $28 = 28$, což je pravdivé tvrzení \rightarrow soustava má nekonečně mnoho řešení \rightarrow přímka s rovinou má nekonečně mnoho společných bodů \rightarrow přímka p leží v rovině ρ .

Cvičení 2.

Rozhodněte, jakou vzájemnou polohu má rovina ρ a přímka p , je-li dáno:

$$\rho: x - 5y + 4z - 6 = 0$$

$$p: x = 2 - t, y = 3t, z = 3 + 4t; t \in R$$

Řešením soustavy rovnic si zjednodušíme práci:

$$x - 5y + 4z - 6 = 0$$

$$x = 2 - t$$

$$y = 3t$$

$$z = 3 + 4t$$

Využijeme dosazovací metodu a získáváme:

$$2 - t - 5 \cdot 3t + 4(3 + 4t) - 6 = 0$$

Řešením získáváme výraz $8 = 0$, což je nepravdivé tvrzení. Soustava nemá řešení \rightarrow přímka p s rovinou nemá žádný společný bod \rightarrow přímka p je rovnoběžná s rovinou ρ a neleží v ní.

Příklad 1.

Rozhodněte, jakou vzájemnou polohu má rovina ρ a přímka p , znáte-li jejich parametrické vyjádření:

$$\rho: x = 2 - r + 3s, y = 3r - 4s, z = 7 + 2r; \quad r, s \in R$$

$$p: x = 4 + 5t, y = 3 - 5t, z = 1 + 2t; \quad t \in R$$

Příklad 2.

Rozhodněte, jakou vzájemnou polohu má rovina ρ a přímka p , je-li dáno:

a) $\rho: 3x + y - 3z - 13 = 0$

$$p: x = 3 - 2t, y = 1 + 3t, z = -1 - t; t \in R$$

b) $\rho: 2x - 7y + z - 5 = 0$

$$p: x = 4 - t, y = 8 - 3t, z = 3 + 2t; t \in R$$

Příklad 3.

Jsou dány přímky m, n, p :

$$m: x = 5 + 3t, y = 8 - 6t, z = -6 + 9t; t \in R$$

$$n: x = 7 - 2r, y = 4 + 4r, z = -6r; r \in R$$

$$p: x = 10 + s, y = 3 - 2s, z = 2 + 3s; s \in R$$

a) Určete vzájemnou polohu přímek m, n, p .

b) Najděte obecnou rovnici roviny ρ , která prochází bodem $A[1, 1, -1]$ a je kolmá k přímce m .

c) Zjistěte vzájemnou polohu a najděte společné body přímky p a roviny ρ .

Přehled použité literatury

- Calda, E., Petránek, O., Řepová, J.: Matematika 1. Část pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť, SPN, n. p., Praha 1984
- Odvárko, O., Řepová, J.: Matematika 3. Část pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť, SPN, n. p., Praha 1988
- Petránek, O., Calda, E., Hebák, P.: Matematika 4. Část pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť, SPN, n. p., Praha 1985
- Huťka, V., Cířjak, M., Drobná, O., Švidroňová, A.: Matematika 7. Část pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť, SPN, n. p., Praha 1986
- Polák, J.: Přehled středoškolské matematiky, Prometheus, s. r. o., Praha 2005
- Polák, J.: Středoškolská matematika v úlohách I, Prometheus, s. r. o., Praha 2002
- Polák, J.: Středoškolská matematika v úlohách II, Prometheus, s. r. o., Praha 1999
- Bušek, I.: Řešené maturitní úlohy z matematiky, Prometheus, s. r. o., Praha 2005
- Kubát, J., Hrubý, D., Pilgr, J.: Sbírka úloh z matematiky pro střední školy – maturitní minimum, Prometheus, s. r. o., Praha 2005
- Čermák, P., Červinková, P.: Odmaturuj z matematiky 1, Didaktis, s. r. o., Brno 2004
- Boucník, P., Herman, J., Krupka, P., Šimša, J.: Odmaturuj z matematiky 3, Didaktis, s. r. o., Brno 2004
- Hudcová, M., Kubíčková, L.: Sbírka úloh z matematiky pro střední odborné učiliště a střední odborné školy, Prometheus, s. r. o., Praha 2006
- Hudcová, M., Kubíčková, L.: Sbírka úloh z matematiky pro střední odborné učiliště a střední odborné školy a nástavbové studium, Prometheus, s. r. o., Praha 2006
- Kubát, J.: Sbírka úloh z matematiky pro přípravu k maturitní zkoušce a k přijímacím zkouškám na vysoké školy, Prometheus, s. r. o., Praha 2004
- Odvárko, O.: Sbírka úloh z matematiky pro gymnázia – funkce, Prometheus, s. r. o., Praha 2008
- Bušek, I.: Sbírka úloh z matematiky pro gymnázia – analytická geometrie, Prometheus, s. r. o., Praha 2006
- Petáková, J.: Matematika – příprava k maturitě a k přijímacím zkouškám na vysoké školy, Prometheus, s. r. o., Praha 2005
- Janeček, F.: Sbírka úloh z matematiky pro střední školy – výrazy, rovnice, nerovnice a jejich soustavy, Prometheus, s. r. o., Praha 2008
- Pešková, E., Mulačová, J.: Přehled středoškolské matematiky, Albra, Praha 1996
- Hrubý, D.: Matematická cvičení pro střední školy, Prometheus, s. r. o., Praha 2008
- Kováčík, J. a kolektiv: Řešené příklady z matematiky pro střední školy, ASPI, a. s., Praha 2006



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky.