INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky.

# Výukový materiál pro předmět

# MATEMATIKA

# 3. ročník

Reg. č. projektu: CZ.1.07/1.1.10/01.0007

Název projektu: **Tvorba výukových materiálů pro žáky podle ŠVP**

Název příjemce: **Obchodní akademie, České Budějovice, Husova 1**

Klíčová aktivita: Využití ICT ve výuce matematiky

Použitá literatura: Seznam použité literatury je uveden v souboru MAT_3_Literatura.

## *Vztahy mezi goniometrickými funkcemi*

Jednotlivé vztahy řeší následující vzorce:

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ pro $x \in R$

$\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{cotg} x = 1$ pro $x \neq k\dfrac{\pi}{2}$

$f(x) = \operatorname{co} f\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right)$

co $f$ – označení kofunkce, tj. k funkci sinus je kofunkce kosinus a obráceně, k funkci tangens je kofunkce kotangens a obráceně.

**Poznámka:**

$\sin^2 x = (\sin x)^2 \neq \sin x^2$

### Cvičení 1.

Zjednodušte (předpokládejte přípustné hodnoty proměnné):

a) $\dfrac{(\sin x \cdot \operatorname{cotg} x)^2 - 1}{3\sin^2 x}$ b) $\cos x + \dfrac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\sin x - \cos x}$

a) $$\frac{(\sin x \cdot \operatorname{cotg} x)^2 - 1}{3\sin^2 x} = \frac{\left(\sin x \cdot \dfrac{\cos x}{\sin x}\right)^2 - 1}{3\sin^2 x} = \frac{\cos^2 x - 1}{3\sin^2 x} = \frac{-(1 - \cos^2 x)}{3\sin^2 x} = \frac{-\sin^2 x}{3\sin^2 x} = -\frac{1}{3}$$

b) $$\cos x + \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\sin x - \cos x} = \cos x + \frac{(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)}{-(\cos x - \sin x)} = \cos x - (\cos x + \sin x) = -\sin x$$

## Příklad 1.

Zjednodušte (předpokládejte přípustné hodnoty proměnné):

a) $\dfrac{\sin^2 x - 1}{\cos^2 x}$

b) $2\operatorname{tg} x \cdot \dfrac{\cos x}{\sin x} - \cos^2 x + 1 - \sin^2 x$

c) $\dfrac{5\sin^2 x}{\cos x - 1}$

d) $(\sin x - \cos x)^2 + 2\sin x \cos x - \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{cotg} x$

e) $\dfrac{(\cos x \cdot \operatorname{tg} x)^2 - 1}{\cos^2 x}$

f) $2\sin^2 x - \operatorname{cotg} x \cdot \dfrac{\sin x}{\cos x} - 5 + 2\cos^2 x$

g) $8 - \operatorname{tg} x \cdot \dfrac{\cos x}{\sqrt{1 - \cos^2 x}}$

h) $\dfrac{\sin^2 x - \cos^2 x}{\cos x - \sin x} + \sin x$

## Příklad 2.

Zjednodušte (předpokládejte přípustné hodnoty proměnné):

a) $1-\cos^2 x\cdot \mathrm{tg}^2 x$

b) $\mathrm{tg}^2 x-\dfrac{1}{\cos^2 x}$

c) $\dfrac{\mathrm{cotg}^2 x+1}{1+\mathrm{tg}^2 x}$

d) $\dfrac{\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)-2\cos x}{\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)}$

e) $\dfrac{\sin^2 x-\sin^4 x}{\cos^2 x-\cos^4 x}$

f) $\mathrm{tg}^2 x\cos^2 x+1-\cos^2 x$

g) $\left(\sin x-\sin^3 x\right)^{-1}\cdot\left(\cos x-\cos^3 x\right)$

h) $\dfrac{\sqrt{1+\mathrm{cotg}^2 x}}{\sqrt{1+\mathrm{tg}^2 x}}$

## Přehled použité literatury


- Calda, E., Petránek, O., Řepová, J.: Matematika 1. Část pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť, SPN, n. p., Praha 1984
- Odvárko, O., Řepová, J.: Matematika 3. Část pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť, SPN, n. p., Praha 1988
- Petránek, O., Calda, E., Hebák, P.: Matematika 4. Část pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť, SPN, n. p., Praha 1985
- Huťka, V., Cirjak, M., Drobná, O., Švidroňová, A.: Matematika 7. Část pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť, SPN, n. p., Praha 1986
- Polák, J.: Přehled středoškolské matematiky, Prometheus, s. r. o., Praha 2005
- Polák, J.: Středoškolská matematika v úlohách I, Prometheus, s. r. o., Praha 2002
- Polák, J.: Středoškolská matematika v úlohách II, Prometheus, s. r. o., Praha 1999
- Bušek, I.: Řešené maturitní úlohy z matematiky, Prometheus, s. r. o., Praha 2005
- Kubát, J., Hrubý, D., Pilgr, J.: Sbírka úloh z matematiky pro střední školy – maturitní minimum, Prometheus, s. r. o., Praha 2005
- Čermák, P., Červinková, P.: Odmaturuj z matematiky 1, Didaktis, s. r. o., Brno 2004
- Boucník, P., Herman, J., Krupka, P., Šimša, J.: Odmaturuj z matematiky 3, Didaktis, s. r. o., Brno 2004
- Hudcová, M., Kubíčková, L.: Sbírka úloh z matematiky pro střední odborné učiliště a střední odborné školy, Prometheus, s. r. o., Praha 2006
- Hudcová, M., Kubíčková, L.: Sbírka úloh z matematiky pro střední odborné učiliště a střední odborné školy a nástavbové studium, Prometheus, s. r. o., Praha 2006
- Kubát, J.: Sbírka úloh z matematiky pro přípravu k maturitní zkoušce a k přijímacím zkouškám na vysoké školy, Prometheus, s. r. o., Praha 2004
- Odvárko, O.: Sbírka úloh z matematiky pro gymnázia – funkce, Prometheus, s. r. o., Praha 2008
- Bušek, I.: Sbírka úloh z matematiky pro gymnázia – analytická geometrie, Prometheus, s. r. o., Praha 2006
- Petáková, J.: Matematika – příprava k maturitě a k přijímacím zkouškám na vysoké školy, Prometheus, s. r. o., Praha 2005
- Janeček, F.: Sbírka úloh z matematiky pro střední školy – výrazy, rovnice, nerovnice a jejich soustavy, Prometheus, s. r. o., Praha 2008
- Pešková, E., Mulačová, J.: Přehled středoškolské matematiky, Albra, Praha 1996
- Hrubý, D.: Matematická cvičení pro střední školy, Prometheus, s. r. o., Praha 2008
- Kováčik, J. a kolektiv: Řešené příklady z matematiky pro střední školy, ASPI, a. s., Praha 2006


EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
JIHOČESKÝ KRAJ
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky.