INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky.

Výukový materiál pro předmět

MATEMATIKA

3. ročník

Reg. č. projektu: CZ.1.07/1.1.10/01.0007

Název projektu: **Tvorba výukových materiálů pro žáky podle ŠVP**

Název příjemce: **Obchodní akademie, České Budějovice, Husova 1**

Klíčová aktivita: Využití ICT ve výuce matematiky

Použitá literatura: Seznam použité literatury je uveden v souboru MAT_3_Literatura.

Základní goniometrické rovnice

Goniometrické rovnice jsou rovnice, ve kterých se neznámá objevuje uvnitř goniometrických funkcí.

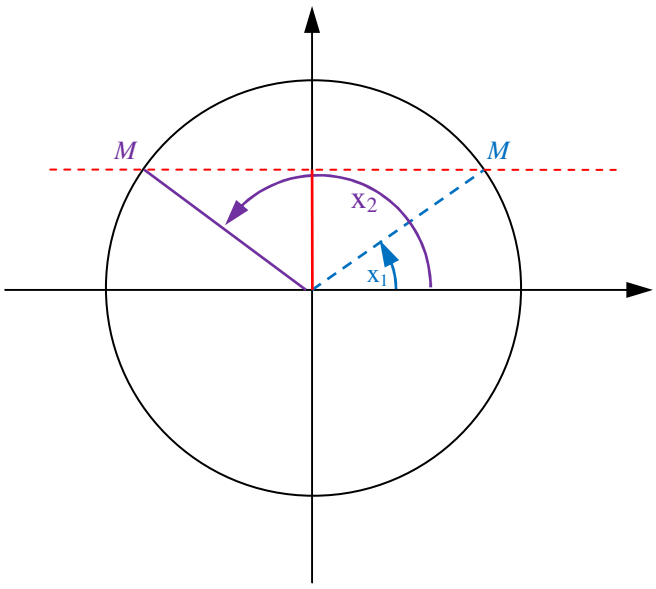
Základní goniometrická rovnice: $g(x)=a$, kde $g(x)$ je jedna z goniometrických funkcí:

1. $\sin(x)=a,\ a\in\langle -1,1\rangle$
   Je-li $a>0$, základní řešení je v I. a II. kvadrantu.
   Je-li $a<0$, základní řešení je ve III. a IV. kvadrantu.
2. $\cos(x)=a,\ a\in\langle -1,1\rangle$
   Je-li $a>0$, základní řešení je v I. a IV. kvadrantu.
   Je-li $a<0$, základní řešení je ve II. a III. kvadrantu.
3. $\mathrm{tg}(x)=a,\ a\in R$
   $\mathrm{cotg}(x)=a,\ a\in R$
   Je-li $a>0$, základní řešení je v I. kvadrantu.
   Je-li $a<0$, základní řešení je ve II. kvadrantu.

Poznámka:
Není-li v zadání úlohy stanoveno jinak, je třeba uvést všechna řešení, tj. základní řešení z intervalu $\langle 0;2\pi)$ včetně násobků periody 2π – u funkce sinus a kosinus; základní řešení z intervalu $\langle 0;\pi)$ včetně násobků periody π – u funkce tangens a kotangens.

Cvičení 1.

Vyřešte rovnici $\sin x=\frac{1}{2}$.



Hledáme všechna $x\in R$ pro něž platí $\sin x=\frac{1}{2}\rightarrow$ viz zavedení funkce sinus a kosinus pro orientovaný úhel.

Z obrázku je vidět, že základním řešením jsou $x_1=\frac{\pi}{6}$, $x_2=\frac{5}{6}\pi$.
Všechna řešení nalezneme přičítáním násobků periody (2π):

$$K=\bigcup_{k\in Z}\left\{\frac{\pi}{6}+k\cdot 2\pi;\frac{5}{6}\pi+k\cdot 2\pi\right\}$$

Poznámka:
Řešení je možné vyčíst i z grafu funkce.

Příklad 1.

Řešte rovnici v *R*:

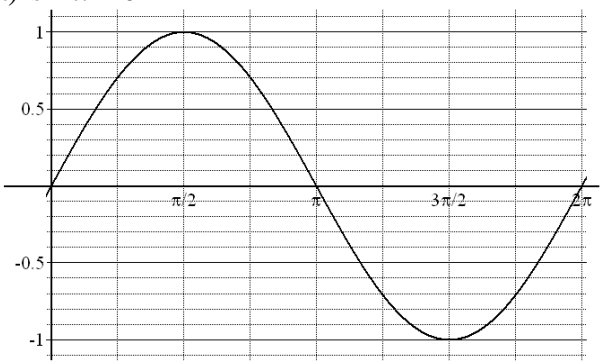
a) $\sin x = 0$ b) $\cos x = 1$ c) $\operatorname{tg} x = 0$ d) $\operatorname{cotg} x = 0$ e) $\operatorname{tg} x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ f) $\operatorname{cotg} x = \sqrt{3}$

g) $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ h) $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ i) $\operatorname{tg} x = 1$ j) $\operatorname{cotg} x = 1$ k) $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ l) $\cos x = \frac{1}{2}$

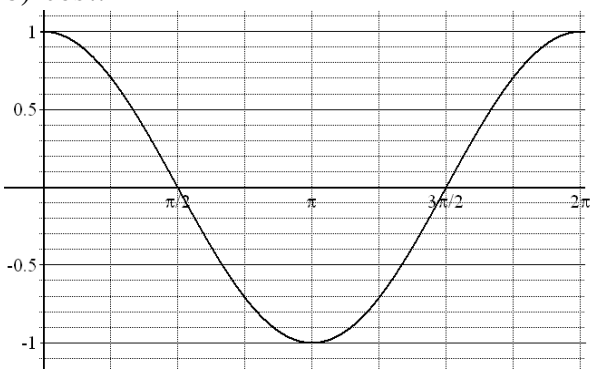
m) $\operatorname{tg} x = \sqrt{3}$ n) $\operatorname{cotg} x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ o) $\sin x = 1$ p) $\cos x = 0$ q) $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Základní řešení budeme zobrazovat na grafu. Podle periodicity funkce určíme všechna řešení.

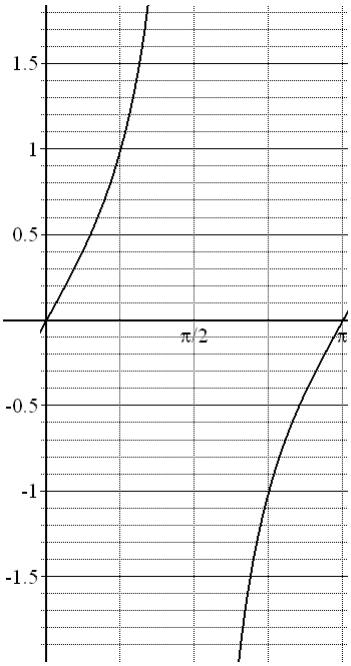
a) $\sin x = 0$



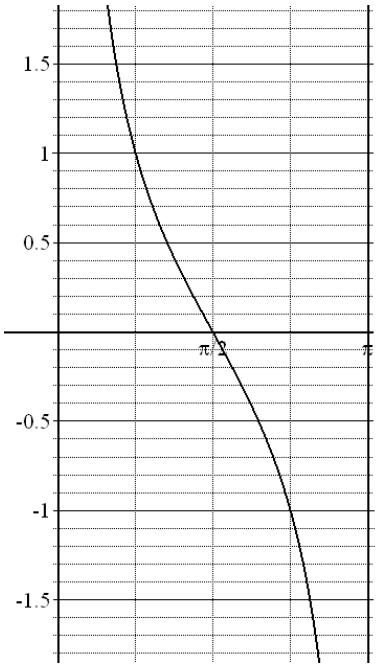
b) $\cos x = 1$



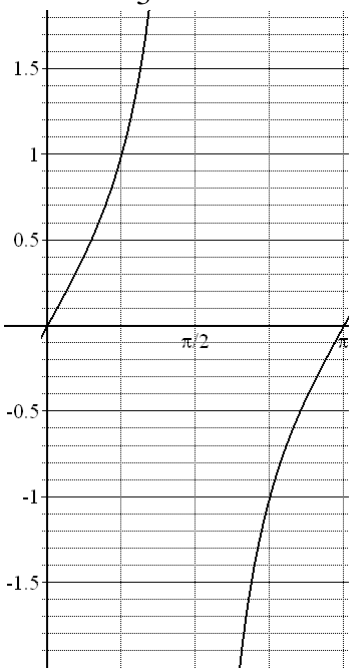
c) $\operatorname{tg} x = 0$



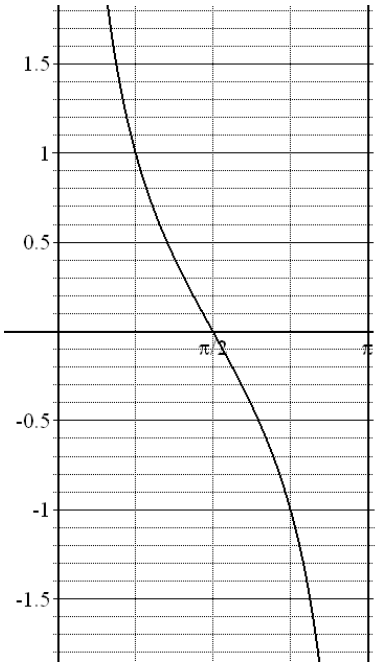
d) $\operatorname{cotg} x = 0$



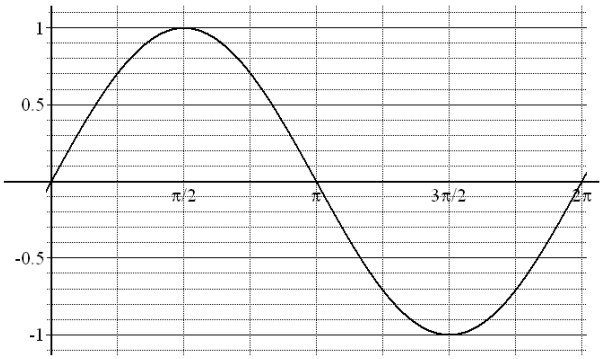
e) $\operatorname{tg} x = \frac{\sqrt{3}}{3}$



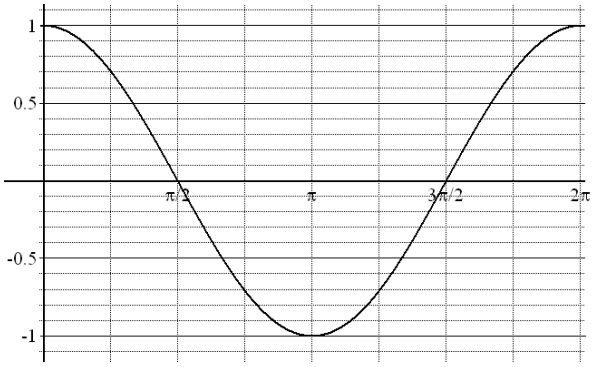
f) $\operatorname{cotg} x = \sqrt{3}$



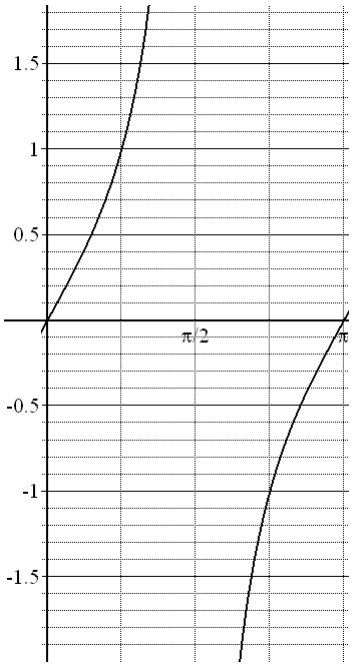
g) $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$



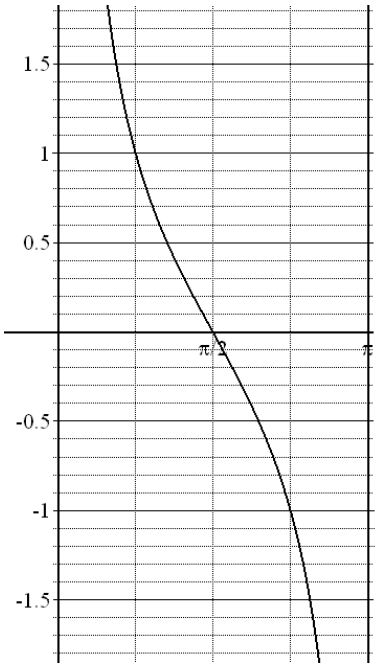
h) $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$



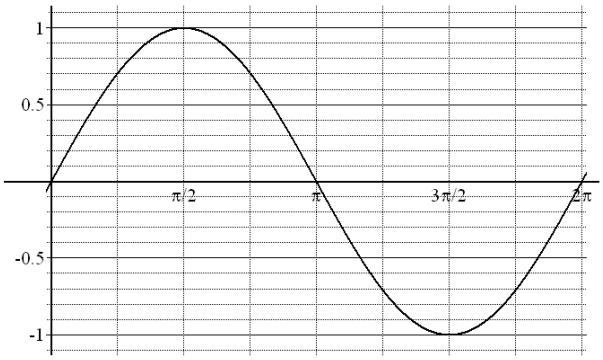
i) $\operatorname{tg} x = 1$



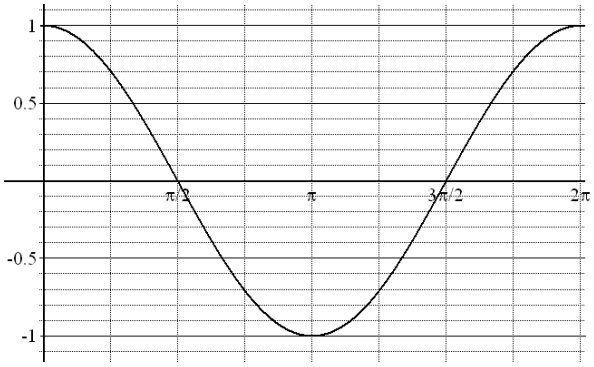
j) $\operatorname{cotg} x = 1$



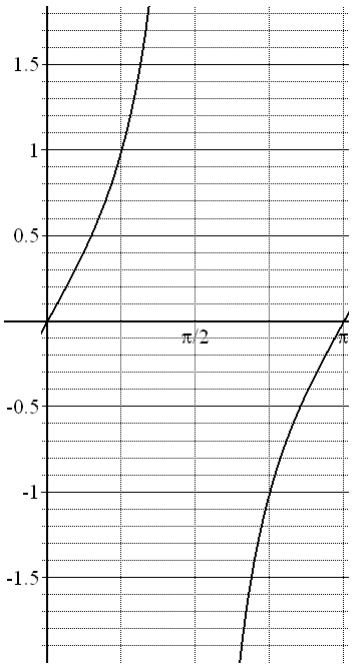
k) $\sin x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$



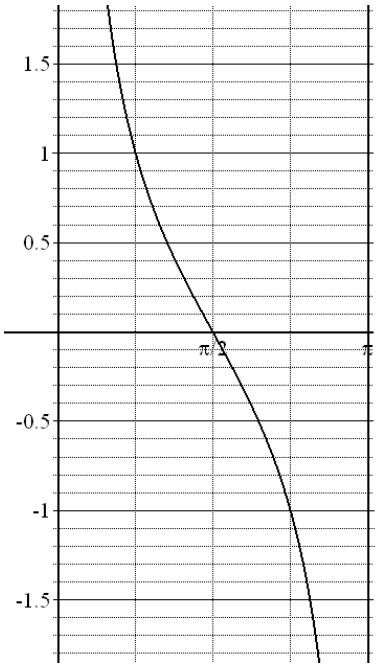
l) $\cos x = \dfrac{1}{2}$



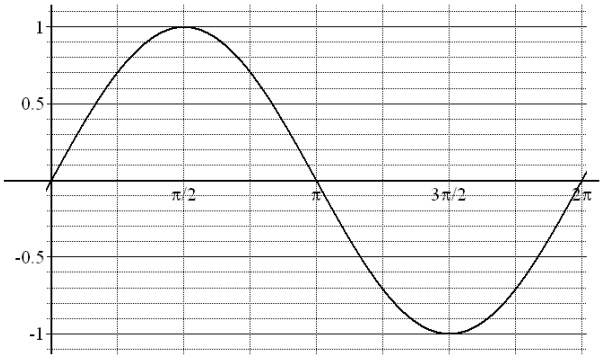
m) $\operatorname{tg} x = \sqrt{3}$



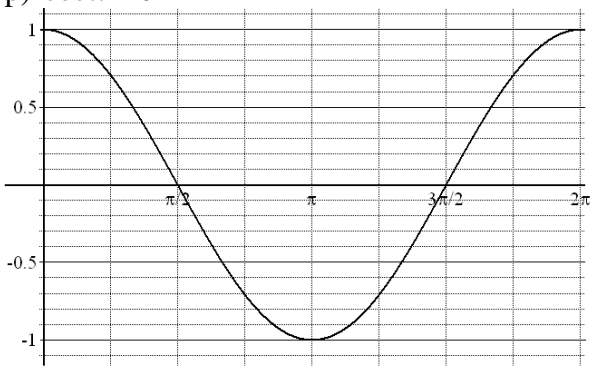
n) $\operatorname{cotg} x = \frac{\sqrt{3}}{3}$



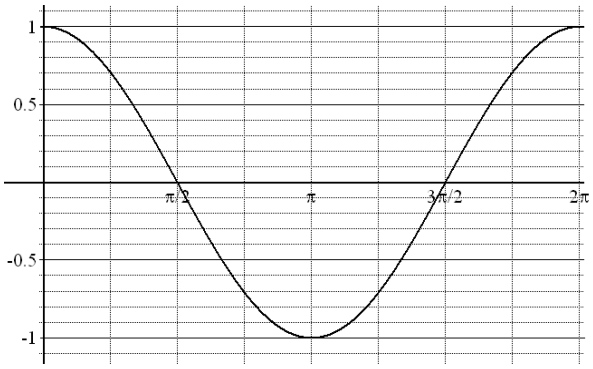
o) $\sin x = 1$



p) $\cos x = 0$



q) $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$



Příklad 2.

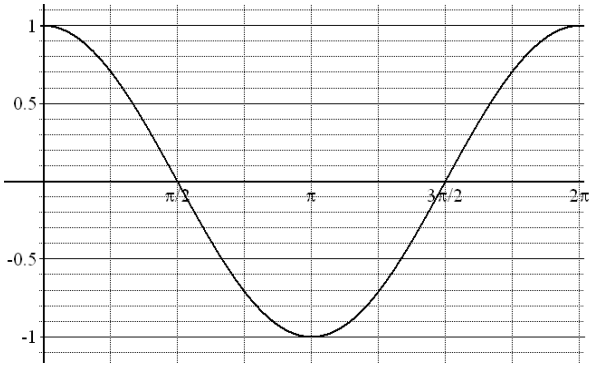
Řešte rovnici v *R*:

a) $\cos x = -1$ b) $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ c) $\operatorname{tg} x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ d) $\operatorname{cotg} x = -\sqrt{3}$ e) $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

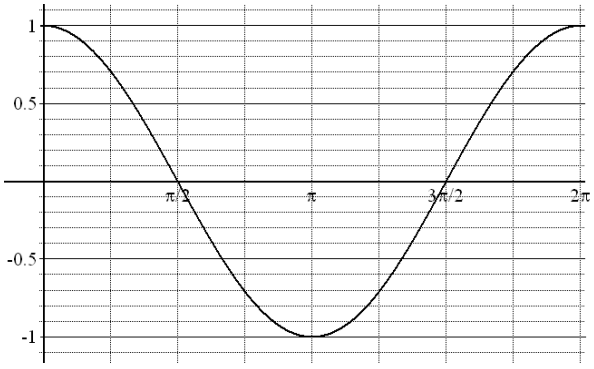
f) $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ g) $\operatorname{tg} x = -1$ h) $\operatorname{cotg} x = -1$ i) $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ j) $\cos x = -\frac{1}{2}$

k) $\operatorname{tg} x = -\sqrt{3}$ l) $\operatorname{cotg} x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ m) $\sin x = -1$

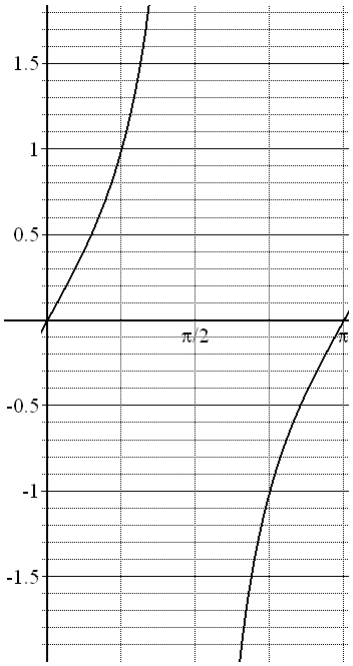
a) $\cos x = -1$



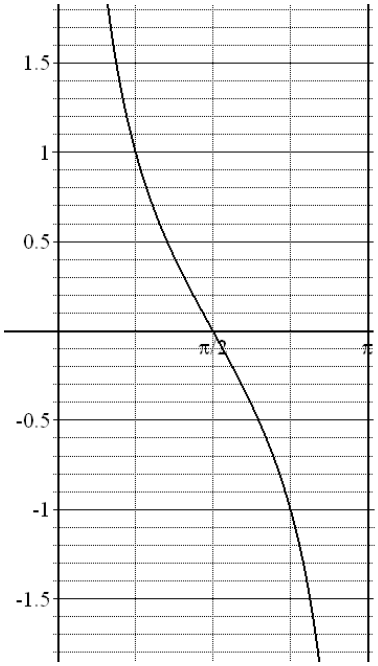
b) $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$



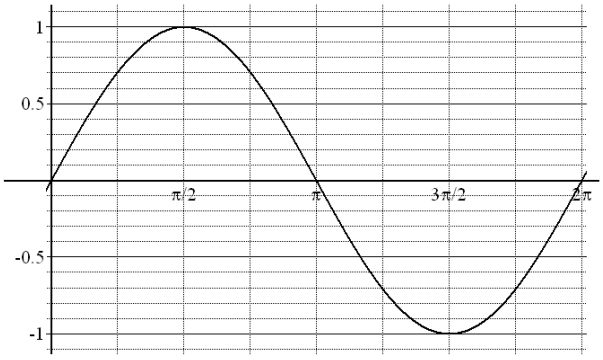
c) $\operatorname{tg} x = -\dfrac{\sqrt{3}}{3}$



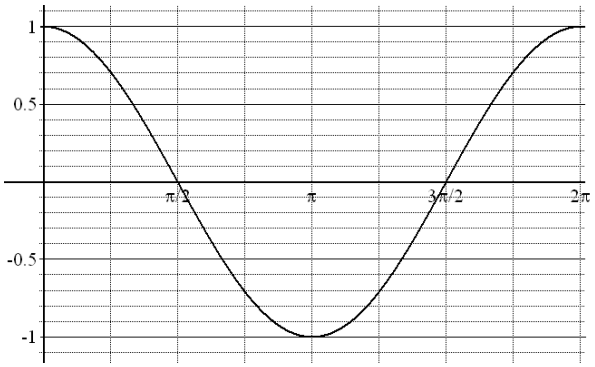
d) $\operatorname{cotg} x = -\sqrt{3}$



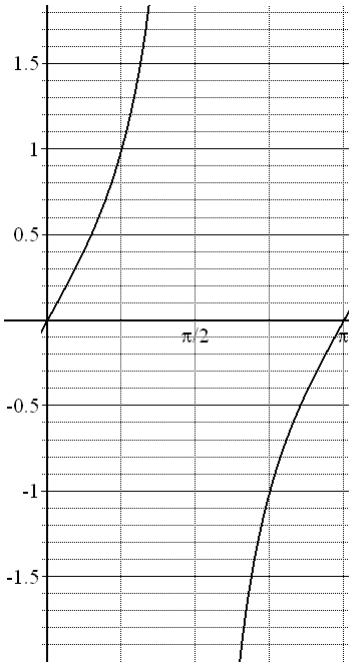
e) $\sin x = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$



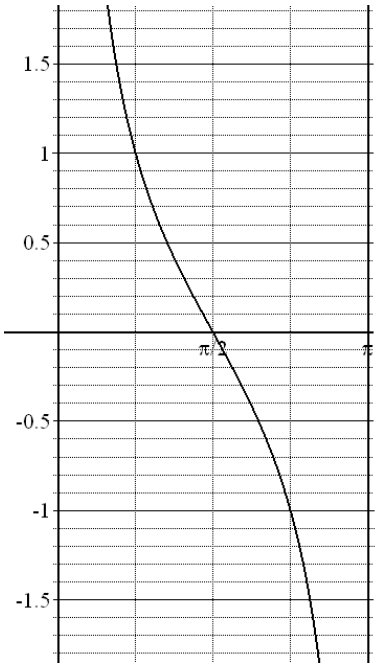
f) $\cos x = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$



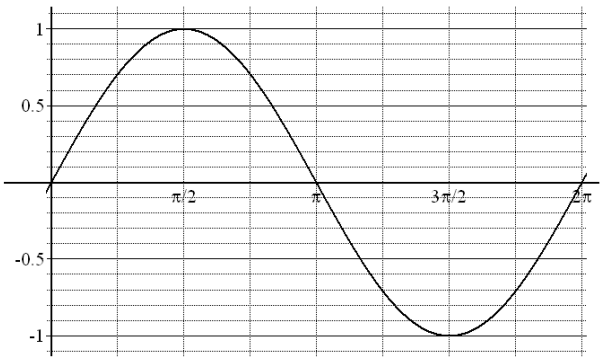
g) $\operatorname{tg} x = -1$



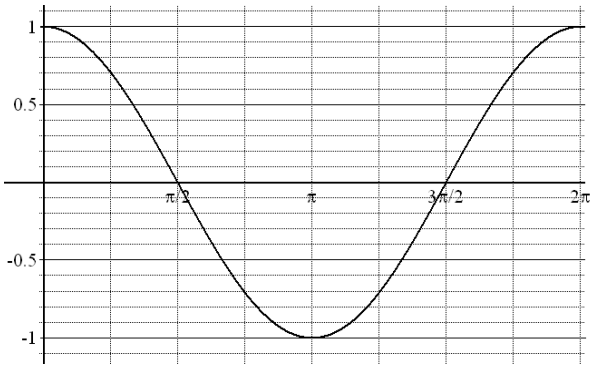
h) $\operatorname{cotg} x = -1$



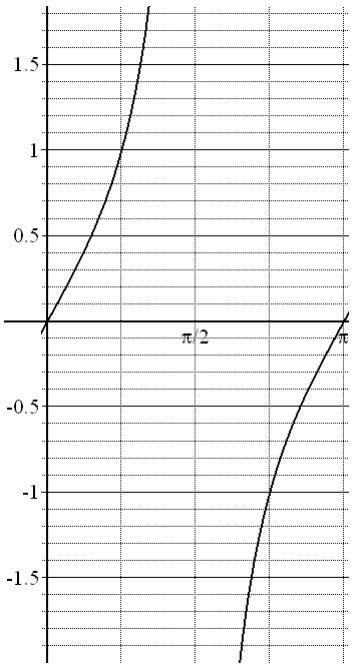
i) $\sin x = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}$



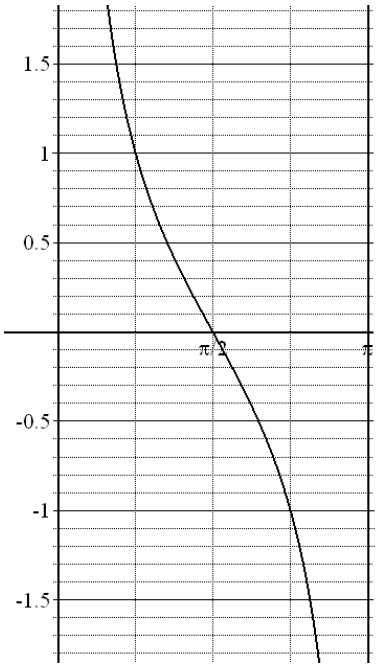
j) $\cos x = -\dfrac{1}{2}$



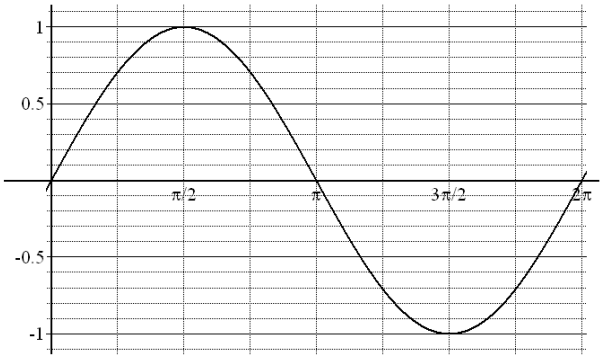
k) $\operatorname{tg} x = -\sqrt{3}$



l) $\operatorname{cotg} x = -\dfrac{\sqrt{3}}{3}$



m) $\sin x = -1$



Přehled použité literatury

- Calda, E., Petránek, O., Řepová, J.: Matematika 1. Část pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť, SPN, n. p., Praha 1984
- Odvárko, O., Řepová, J.: Matematika 3. Část pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť, SPN, n. p., Praha 1988
- Petránek, O., Calda, E., Hebák, P.: Matematika 4. Část pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť, SPN, n. p., Praha 1985
- Huťka, V., Cirjak, M., Drobná, O., Švidroňová, A.: Matematika 7. Část pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť, SPN, n. p., Praha 1986
- Polák, J.: Přehled středoškolské matematiky, Prometheus, s. r. o., Praha 2005
- Polák, J.: Středoškolská matematika v úlohách I, Prometheus, s. r. o., Praha 2002
- Polák, J.: Středoškolská matematika v úlohách II, Prometheus, s. r. o., Praha 1999
- Bušek, I.: Řešené maturitní úlohy z matematiky, Prometheus, s. r. o., Praha 2005
- Kubát, J., Hrubý, D., Pilgr, J.: Sbírka úloh z matematiky pro střední školy – maturitní minimum, Prometheus, s. r. o., Praha 2005
- Čermák, P., Červinková, P.: Odmaturuj z matematiky 1, Didaktis, s. r. o., Brno 2004
- Boucník, P., Herman, J., Krupka, P., Šimša, J.: Odmaturuj z matematiky 3, Didaktis, s. r. o., Brno 2004
- Hudcová, M., Kubíčková, L.: Sbírka úloh z matematiky pro střední odborné učiliště a střední odborné školy, Prometheus, s. r. o., Praha 2006
- Hudcová, M., Kubíčková, L.: Sbírka úloh z matematiky pro střední odborné učiliště a střední odborné školy a nástavbové studium, Prometheus, s. r. o., Praha 2006
- Kubát, J.: Sbírka úloh z matematiky pro přípravu k maturitní zkoušce a k přijímacím zkouškám na vysoké školy, Prometheus, s. r. o., Praha 2004
- Odvárko, O.: Sbírka úloh z matematiky pro gymnázia – funkce, Prometheus, s. r. o., Praha 2008
- Bušek, I.: Sbírka úloh z matematiky pro gymnázia – analytická geometrie, Prometheus, s. r. o., Praha 2006
- Petáková, J.: Matematika – příprava k maturitě a k přijímacím zkouškám na vysoké školy, Prometheus, s. r. o., Praha 2005
- Janeček, F.: Sbírka úloh z matematiky pro střední školy – výrazy, rovnice, nerovnice a jejich soustavy, Prometheus, s. r. o., Praha 2008
- Pešková, E., Mulačová, J.: Přehled středoškolské matematiky, Albra, Praha 1996
- Hrubý, D.: Matematická cvičení pro střední školy, Prometheus, s. r. o., Praha 2008
- Kováčik, J. a kolektiv: Řešené příklady z matematiky pro střední školy, ASPI, a. s., Praha 2006

EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
JIHOČESKÝ KRAJ
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky.