



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky.

Výukový materiál pro předmět

MATEMATIKA

2. ročník

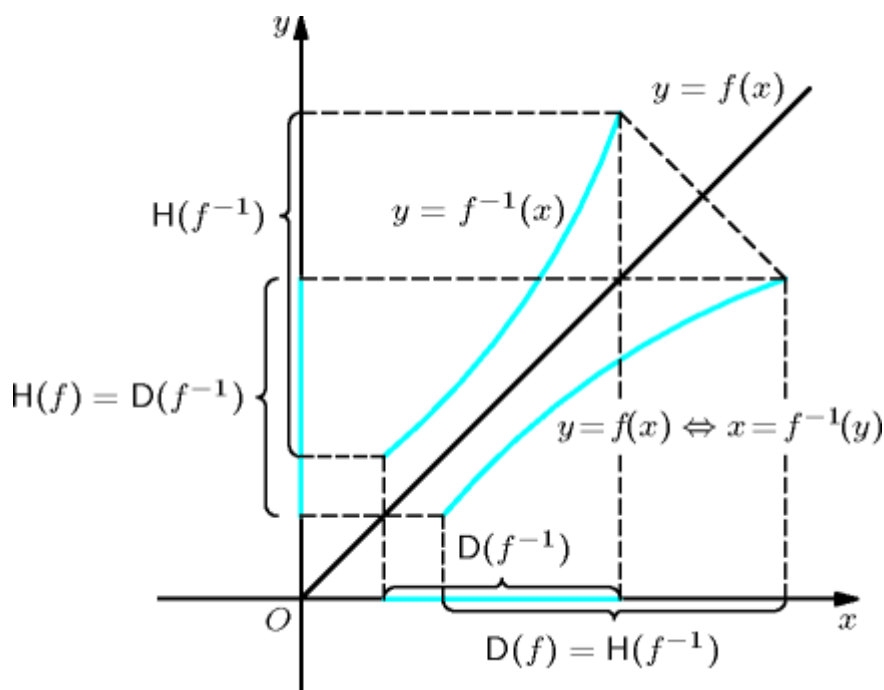
Reg. č. projektu:	CZ.1.07/1.1.10/01.0007
Název projektu:	Tvorba výukových materiálů pro žáky podle ŠVP
Název příjemce:	Obchodní akademie, České Budějovice, Husova 1
Klíčová aktivita:	Využití ICT ve výuce matematiky
Použitá literatura:	Seznam použité literatury je uveden v souboru MAT_2_Literatura.

Inverzní funkce - teorie

Je-li funkce f **prostá** v celém definičním oboru $D(f)$ a má obor hodnot $H(f)$, pak k ní existuje **funkce inverzní**, která každému $y \in H(f)$ přiřazuje právě to číslo $x \in D(f)$, pro které je $f(x) = y$. Tuto funkci označujeme f^{-1} a platí pro ni : $D(f) = H(f^{-1})$ a $H(f) = D(f^{-1})$.

Sestrojíme-li oba grafy v téže soustavě souřadnic, jsou osově souměrné podle přímky o rovnici $y = x$, tedy podle osy souměrnosti I. a III. kvadrantu.

Je-li tedy funkce f určena dvojicemi $[x, y]$, pak k ní inverzní funkce f^{-1} je určena dvojicemi $[y, x]$.



Ukázkové úlohy

Příklad 1.

Je dána funkce $f : y = 2x - 1$. Rozhodněte, zda k ní existuje inverzní funkce, pokud ano, určete její rovnici a sestrojte grafy obou funkcí.

Řešení:

Funkce f je lineární a **je** tedy **prostá**, jejím grafem je přímka, funkce je rostoucí vzhledem k $a = 2$.

Je splněn předpoklad pro existenci inverzní funkce, a proto **inverzní funkce k funkci f existuje**.

Postup **nalezení rovnice** pro inverzní funkci :

- 1) v rovnici formálně zaměníme x a y
- 2) vyjádříme z nové rovnice y , čímž získáme rovnici pro inverzní funkci f^{-1}

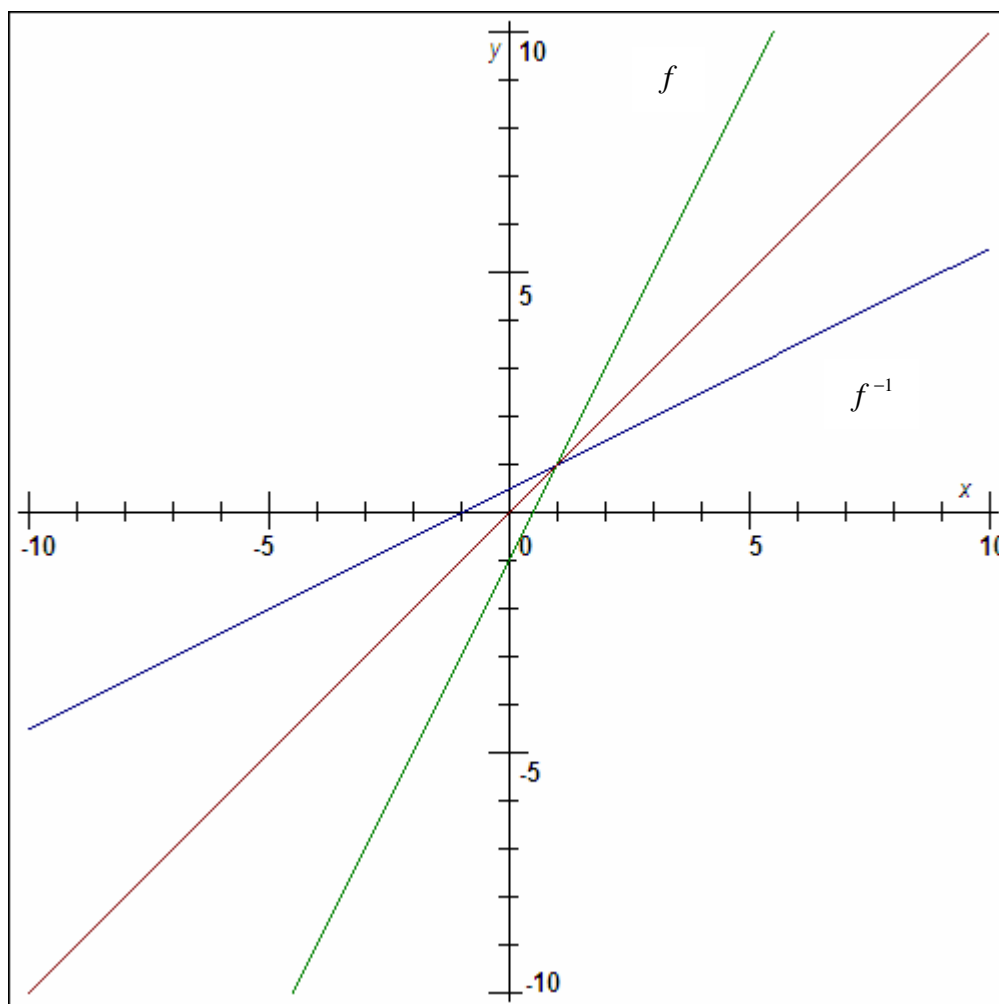
$$f : y = 2x - 1$$

$$x = 2y - 1$$

$$f^{-1} : y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$$

Vzhledem k tomu, že definiční obor i obor hodnot funkce f je R , není záměna těchto množin inverzí patrná.

Graf:



Příklad 2.

Je dána funkce $f : \{[1,2], [2,3], [3,4]\}$. Určete inverzní funkci.

Řešení:

Funkce f je prostá, její $D(f) = \{1,2,3\}$, $H(f) = \{2,3,4\}$.

Existuje k ní inverzní funkce $f^{-1} : \{[2,1], [3,2], [4,3]\}$, $D(f^{-1}) = \{2,3,4\}$, $H(f^{-1}) = \{1,2,3\}$.

Příklad 3.

Určete inverzní funkci k funkci $f : y = 3x - 1$, je-li $D(f) = \langle 1,3 \rangle$.

Řešení:

Určíme obor hodnot výpočtem y – ových souřadnic: $x = 1 \Rightarrow y = 3 - 1 = 2$

$$x = 3 \Rightarrow y = 9 - 1 = 8$$

tedy obor hodnot funkce f je $H(f) = \langle 2,8 \rangle$

Funkce f je lineární, tj. prostá, rostoucí \Rightarrow existuje k ní inverzní funkce f^{-1} .

Její rovnice je $y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$.

Definiční obor původní funkce se stává oborem hodnot inverzní funkce, obor hodnot se stává definičním oborem tj. $D(f^{-1}) = \langle 2,8 \rangle$ a $H(f^{-1}) = \langle 1,3 \rangle$

SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

1. Bušek, I.: Řešené úlohy z matematiky, SPN, Praha, 1988
2. Běhouňková, B., Černá, M. : Matematika průvodce učivem SŠ 1.díl, Scientia, Praha, 2007, ISBN 978-80-86960-13-5
3. Coufal, J., Rosická, M.: Přijímací zkoušky na vysokou školu ekonomickou, Praha, 1992
4. Čermák, P., Červinková, P.: Odmaturuj z matematiky, Didaktis, Praha, 2002, ISBN 80-86285-38-3
5. Eliášová, L., Rosická, M.: Opakování elementární matematiky, VŠE, Praha, 1994, ISBN 80-7079-293-0
6. Eliášová, L., Rosická, M.: Sběrka příkladů z matematiky k přijímacím zkouškám na VŠE, Ekopress, Praha, 2002, ISBN 80-86119-62-9
7. Kadleček, J.: geometrie v rovině a v prostoru pro střední školy, Prometheus, Praha, 1996, ISBN 80-7196-017-9
8. Polák, J.: Středoškolská matematika v úlohách I, Prométheus, Praha, 1996, ISBN 80-7196-021-7
9. Pomykalová, E.: Planimetrie, Prometheus, Praha, 1993, ISBN 80-85849-07-0