

Věty o počítání s logaritmy

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log_a a = 1$$

Za předpokladu, že $x > 0 \wedge y > 0$ platí:

$$\log_a xy = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_a x^n = n \log_a x$$

$$\log_a \frac{1}{x} = -\log_a x$$

Zlogaritmujte výrazy:

$$V_1 = \frac{a^2 b^3}{100 \sqrt{c}}$$

$$V_2 = \sqrt{\frac{10a}{bc}}$$

$$V_3 = \frac{(a+b)^2}{c}$$

Vyjádřete výraz V (odlogaritmujte)

$$\log V_4 = 0,5 \log a + 3 \log b - 2 \log c$$

$$\log_2 V_5 = 3 \log_2 a + 2 \log_2 b + 4$$

$$\log_{\frac{1}{2}} V_6 = \frac{1}{4} \left(\log_{\frac{1}{2}} a + 3 \log_{\frac{1}{2}} b \right) - 2 + \log_{\frac{1}{2}} c$$

Výsledky:

$$\log_a V_1 = 2 \log_a a + 3 \log_a b - \log_a 100 - \frac{1}{2} \log_a c$$

$$\log_a V_2 = \frac{1}{2} (\log_a 10 + \log_a a - \log_a b - \log_a c)$$

$$\log_a V_3 = 2 \log_a (a + b) - \log_a c$$

$$V_4 = \frac{\sqrt{a} \, b^3}{c^2}$$

$$V_5 = 16 a^3 b^2$$

$$V_6 = \frac{c \sqrt[4]{ab^3}}{\frac{1}{4}}$$

Řešte v \mathbb{R} , určete definiční obor rovnice

1) $\log(x+2) - \log(x-1) = 2 - \log x$

2) $\log(x+3) - \log(x-3) = \log(x+9)$

3) $\log(7x+6) = 1 + \log(3x-4)$

4) $2 \log(x-2) = \log(14-x)$

5) $\frac{\log(2x+10)}{2} = \log(x+1)$

6) $\log(x-9) + 2 \log \sqrt{2x-1} = 2$

7) $\log \sqrt{3x-5} + \log \sqrt{7x-3} = 1 + \log \sqrt{0,11}$

Řešte v \mathbb{R} , určete definiční obor rovnice

8) $\log x^2 + \log x^3 + \log x^4 + \log x^5 = 6$

9) $\log 2x - \log \sqrt[3]{x} + \log x^2 = \log 2 - \log \frac{1}{x^3} + 1$

Řešte v \mathbb{Z} , určete definiční obor rovnice

10) $\frac{3 + \log x}{2 - \log x} = 4$

11) $\frac{\log (x^2 + 7)}{\log (x + 7)} = 2$

12) $\frac{\log (2x - 5)}{\log (x^2 - 8)} = \frac{1}{2}$

Řešte v \mathbb{R} , určete definiční obor rovnice

13) $\log x + \frac{1}{\log x} = 2$

14) $1 + \log x^3 = \frac{10}{\log x}$

15) $\frac{1}{1 + \log x} + \frac{5}{3 - \log x} = 3$

16) $\log_3(x + 1) + \log_3(x + 3) = 1$

17) $\log_{\frac{1}{3}}(x + 10) + \log_{\frac{1}{3}}(7 - 2x) = -4$

18) $\log_3(2 + 2 \log_4(2x - 3)) = 1$

Řešte v \mathbb{R} , určete definiční obor rovnice

19) $49^{\log x} = 2401$

20) $x^{\log x - 2} = 1000$

21) $x^{1 - \frac{1}{4} \log x} = 10$

22) $x^{\frac{1}{3} (\log x + 5)} = 10^{5 + \log x}$

23) $\log_{x-1} 3 = 2$

24) $\log_{5-x}(x^2 - 2x + 65) = 2$

Řešte v \mathbb{R} , určete definiční obor rovnice

25) $\log_6(x+1) + \log_6 x = 1$

26) $\frac{\log_3 x}{1 + \log_3 2} = 2$

27) $\log_2 \frac{3-x}{x+3} = -2$

28) $\frac{\log_3(6x-2)}{\log_3(x-3)} = 2$

29) $\log_2^2 x + 2 \log_2 x - 3 = 0$

30) $\log_{\frac{1}{7}} x + \frac{1}{\log_{\frac{1}{7}} x} = -2$

Výsledky:

1) $\text{Out}[2] = \left\{ \left\{ x \rightarrow 49 - \sqrt{2301} \right\}, \left\{ x \rightarrow 49 + \sqrt{2301} \right\} \right\}$

2) $\text{Out}[3] = \left\{ \left\{ x \rightarrow \frac{1}{2} (-5 - \sqrt{145}) \right\}, \left\{ x \rightarrow \frac{1}{2} (-5 + \sqrt{145}) \right\} \right\}$

3) $\text{Out}[5] = \left\{ \left\{ x \rightarrow 2 \right\} \right\}$

4) $\text{Out}[7] = \left\{ \left\{ x \rightarrow 5 \right\} \right\}$

5) $\text{Out}[10] = \left\{ \left\{ x \rightarrow 3 \right\} \right\}$

6) $\text{Out}[14] = \left\{ \left\{ x \rightarrow 13 \right\} \right\}$

7) $\text{Out}[16] = \left\{ \left\{ x \rightarrow 2. \right\} \right\}$

Výsledky:

8) $\{x \rightarrow 2.6827\}$

9) $\text{Out}[21] = \left\{ \left\{ x \rightarrow \frac{1}{1000} \right\} \right\}$

10) $\text{Out}[23] = \{ \{x \rightarrow 10\} \}$

11) $\text{Out}[24] = \{ \{x \rightarrow -3\} \}$

12) Rovnice nemá v \mathbb{Z} řešení

```
Solve::verif :  
Potential solution {x -> 3} (possibly discarded by verifier)  
should be checked by hand. May require use of limits. More...  
  
 $\text{Out}[25] = \left\{ \left\{ x \rightarrow \frac{11}{3} \right\} \right\}$ 
```

Výsledky:

13) $\text{Out}[26] = \{ \{x \rightarrow 10\} \}$

14) $\text{Out}[28] = \left\{ \left\{ x \rightarrow \frac{1}{100} \right\}, \{x \rightarrow 10 \cdot 10^{2/3}\} \right\}$

15) $\text{Out}[33] = \left\{ \{x \rightarrow 10\}, \left\{ x \rightarrow \frac{1}{10^{1/3}} \right\} \right\}$

16) $\text{Out}[36] = \{ \{x \rightarrow 0\} \}$

17) $\text{Out}[37] = \left\{ \left\{ x \rightarrow -\frac{11}{2} \right\}, \{x \rightarrow -1\} \right\}$

18) $\text{Out}[38] = \left\{ \left\{ x \rightarrow \frac{5}{2} \right\} \right\}$

Výsledky:

19) `Out[39]= { {x → 100} }`

20) $x = \frac{1}{10} \vee x = 1000$

21) $x = 100$

22) $x = 10^{-5} \vee x = 10^3$

23) `Out[46]= { {x → 1 + $\sqrt{3}$ } }`

24) `Out[47]= { {x → -5} }`

Výsledky:

25) $\text{Out}[49] = \{ \{x \rightarrow 2\} \}$

26) $\text{Out}[51] = \{ \{x \rightarrow 36\} \}$

27) $\text{Out}[52] = \left\{ \left\{ x \rightarrow \frac{9}{5} \right\} \right\}$

28) $\text{Out}[53] = \{ \{x \rightarrow 11\} \}$

29) $x = 2 \vee x = \frac{1}{8}$

30) $\text{Out}[58] = \{ \{x \rightarrow 7\} \}$