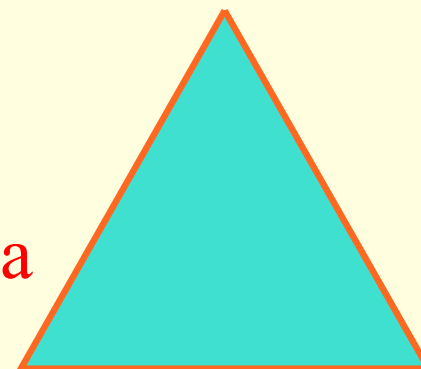


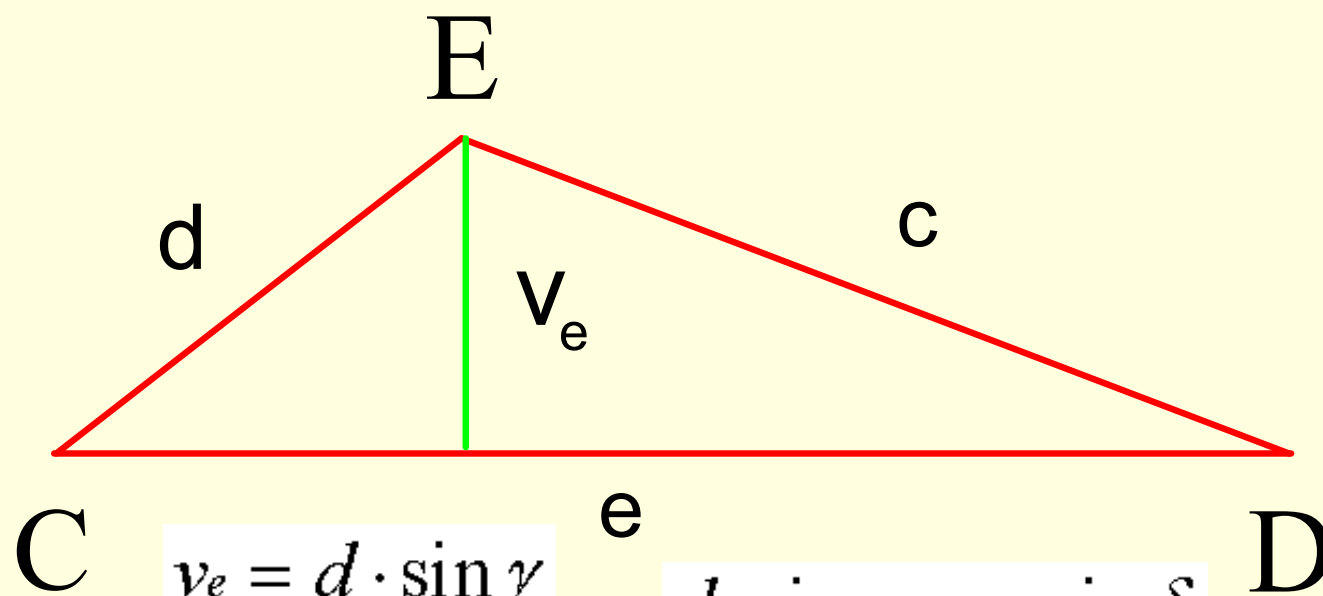
Řešení obecného trojúhelníka

1. sinová věta
2. kosinová věta
3. složitější úlohy



Sinová věta

Používáme ji k určení neznámých délek stran a velikostí vnitřních úhlů trojúhelníku, jestliže 2 ze tří prvků jsou délky strany a velikost úhlu ležícího proti ní nebo opačně dva úhly a strana proti jednomu z nich.



$$v_e = d \cdot \sin \gamma$$

$$v_e = c \cdot \sin \delta$$

$$d \cdot \sin \gamma = c \cdot \sin \delta$$

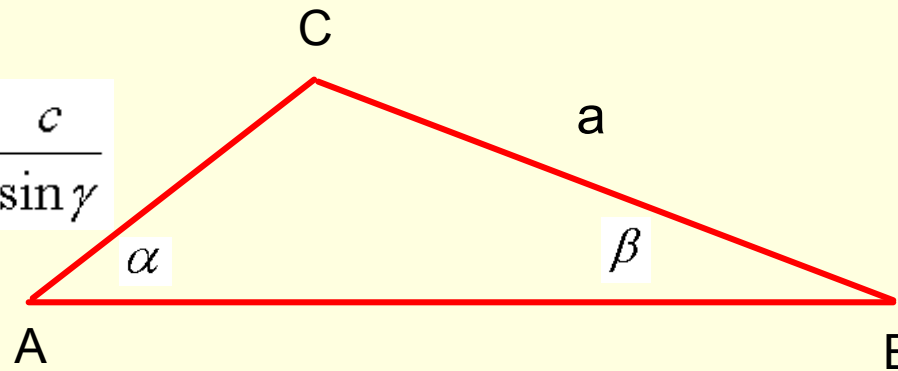
$$\frac{d}{\sin \delta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

Pro trojúhelník ABC:

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

Určete velikosti zbývajících stran a vnitřních úhlů v trojúhelníku:
 $a = 20$, $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 30^\circ$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$



Z první části rovnice vypočítáme stranu b. Při výpočtu úhlu gamma využijeme součtu všech úhlů v trojúhelníku (180°). Při výpočtu strany c využijeme první a třetí část vztahu.

Výsledky:

$$b = 14,1$$
$$c = 27,3$$
$$\gamma = 105^\circ$$

1) V trojúhelníku ABC je dáno: $c = 5,24$; $\alpha = 0,845$, $\beta = 0,682$

Určete zbývající strany a vnitřní úhly.

2) V trojúhelníku ABC je dáno: $\alpha = 72^\circ 10'$, $b = 8,54$, $c = 10,82$.

Určete zbývající velikosti vnitřních úhlů a stran v tomto trojúhelníku.

3) Určete velikosti zbývajících stran a vnitřních úhlů v trojúhelníku, je-li dáno: $\alpha = 45^\circ$, $a = 20$, $\beta = 30^\circ$.

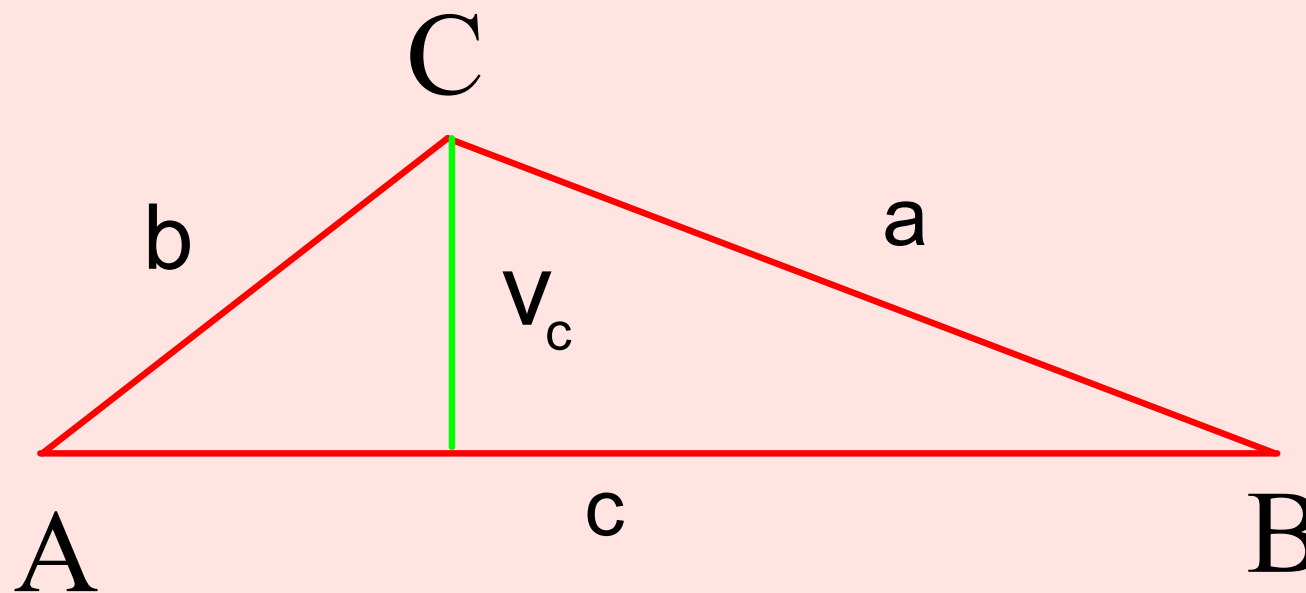
Př.1 : $\gamma = 1,615$, $a = 3,92$, $b = 3,3$.

Př.2 : $\beta = 48^\circ 40'$, $\alpha = 59^\circ 10'$, $a = 9,76$.

Př.3 : $\gamma = 105^\circ$, $b = 14,1$; $c = 27,3$.

Kosinová věta

Používáme ji k určení neznámých délek stran a velikostí vnitřních úhlů trojúhelníku, jestliže 2 ze tří prvků jsou délky strany a velikost úhlu jimi sevřeného nebo známe všechny strany a chceme vypočítat vnitřní úhly.



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

V trojúhelníku ABC je $a = 51,34$; $b = 34,75$; úhel mezi a a b je $64,5^\circ$. Vypočtete ostatní prvky trojúhelníku ABC.

Pomocí kosinové věty určíme stranu c . Pro výpočty zbývajících uhlů použijeme další vztahy pro kosinovou větu

Řešení: $c = 48,03$

$$\beta = 40^\circ 35'$$

$$\alpha = 74^\circ 55'$$



Určete velikost úhlu ACB v trojúhelníku ABC, pro který platí:

a) $c^2 = a^2 + b^2 - ab$

Řešení: 60°

b) $c^2 = a^2 + b^2 + ab$

Řešení: 120°

Procvičování

Určete délky zbývajících stran a velikosti vnitřních úhlů:

a/ $a = 16,9$ $b = 21,8$ $c = 19,4$

b/ $b = 64,1$ $c = 29$ $\alpha = 48^\circ 20'$

V trojúhelníku ABC vypočtěte výšku v , je-li dáno:

$a = 5,8$ cm $b = 10,3$ cm $c = 8,8$ cm

Výsledky:

$\alpha = 48^\circ, \beta = 73^\circ 27', \gamma = 58^\circ 33'$

$a = 49,7, \beta = 74^\circ 28', \gamma = 57^\circ 12'$

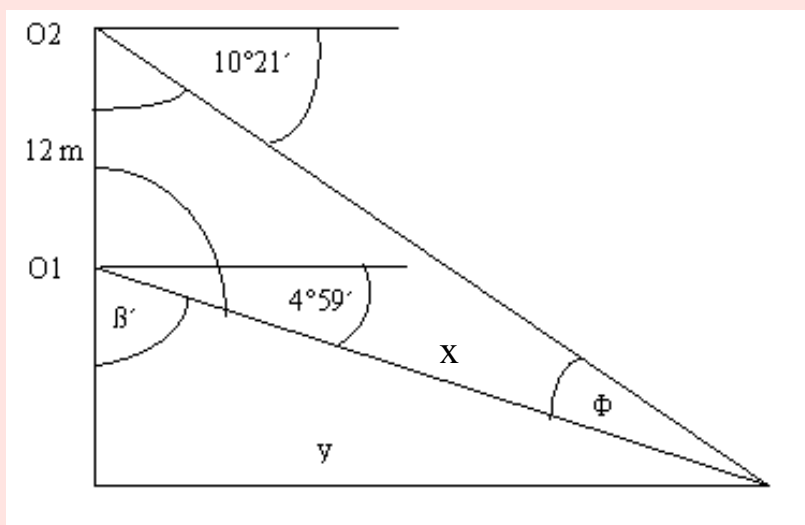
$v_c = 5,79$ cm

$v_c = 34,63$ cm

Složitější příklady na sinovou a kosinovou větu

Př. 1

Těsně na břehu řeky stojí budova, z jejichž dvou oken nad sebou položených ve výškovém rozdílu 12 m je vidět bod na protějším břehu řeky v hloubkových úhlech $10^{\circ}21'$ a $4^{\circ}59'$. Vypočítejte šířku řeky.



Výsledky:

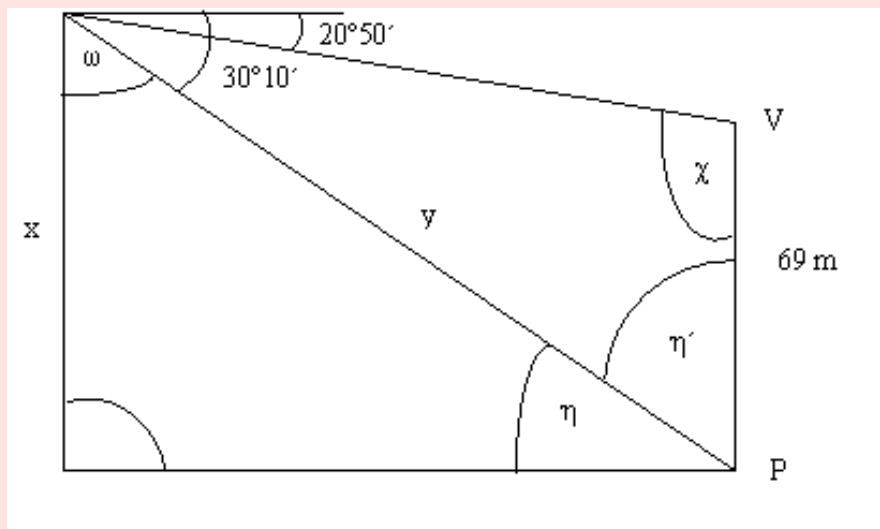
$$x = 126,21 \text{ m}$$

$$y = 125,73 \text{ m}$$

$$\Phi = 5^{\circ}22'$$

Př. 2

Pozorovatel vidí patu věže 69 m vysoké v hloubkovém úhlu $30^\circ 10'$ a vrchol v hloubkovém úhlu $20^\circ 50'$. Jak vysoko je pozorovatelovo stanoviště nad horizontální rovinou, na níž věž stojí?



Výsledky:

$$\eta = 30^\circ 10'$$

$$\chi = 110^\circ 50'$$

$$y = 397,6 \text{ m}$$

$$x = 199,82 \text{ m}$$

$$\omega = 59^\circ 50'$$

