

Obvody a obsahy rovinných útvarů

obvodem obrazce rozumíme délku jeho hranice

obsah S obrazce je kladné číslo, které má tyto vlastnosti:

- shodné obrazce mají sobě rovné obsahy
- skládá-li se obrazec z více navzájem se nepřekrývajících obrazců, je jeho obsah roven součtu obsahů jednotlivých obrazců
- obsah čtverce o straně 1 je jedna

Trojúhelník

$$o = a + b + c$$

$$S = \frac{1}{2} a \cdot v_a = \frac{1}{2} b \cdot v_b = \frac{1}{2} c \cdot v_c$$

$$S = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin \gamma = \frac{1}{2} a \cdot c \cdot \sin \beta = \frac{1}{2} b \cdot c \cdot \sin \alpha$$

$$S = \sqrt{s \cdot (s - a) \cdot (s - b) \cdot (s - c)}$$

Heronův vzorec

$$s = \frac{a + b + c}{2} = \frac{o}{2}$$

$$S = \varrho \cdot s$$

$$s = \frac{a + b + c}{2} = \frac{o}{2}$$

ϱ – poloměr kružnice vepsané do trojúhelníku

$$S = \frac{abc}{4r}$$

r - poloměr kružnice opsané trojúhelníku

Zvláštní případy

pravoúhlý trojúhelník:

$$S = \frac{1}{2} a \cdot b$$

rovnoramenný trojúhelník

$$S = \frac{1}{2} a^2 \sin \gamma$$

rovnostanný trojúhelník

$$S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

Příklady:

- 1) Vypočítejte obsah S a výšky trojúhelníku se stranami délek $a = 10$ cm, $b = 8$ cm, $c = 14$ cm
- 2) Vypočítejte velikost strany a a výšky v_a trojúhelníku ABC, jsou-li v poměru 4:5 a obsah S trojúhelníku ABC je 250.
- 3) Vypočítejte obsah S , poloměr kružnice vepsané i opsané rovnoramennému trojúhelníku, jehož základna je 16 a rameno 10.
- 4) Vypočítejte stranu a rovnostranného trojúhelníku, je-li jeho obsah 1732 cm^2 .
- 5) Vypočítejte obsah rovnostranného trojúhelníku, je-li dáno:
a) $v = 19$ cm b) $r = 26$ cm c) $r = 4$ cm
- 6) Vypočítejte velikost odvěsen pravoúhlého trojúhelníku ABC, je-li jeho obsah $S = 920 \text{ cm}^2$ a velikost přepony $c = 30$ cm.

Výsledky

$$1) \quad S = \sqrt{s * (s - a) * (s - b) * (s - c)} \quad S = 16 \sqrt{6}$$

$$v_a = \frac{2 * S}{a} = \frac{16 \sqrt{6}}{5} \quad v_b = \frac{2 * S}{b} = 4 \sqrt{6} \quad v_c = 2 * \frac{S}{c} = \frac{16 \sqrt{6}}{7}$$

$$2) \quad \text{Solve}\left[250 == \frac{1}{2} * 4 * x * 5 * x, x\right] \quad (x \rightarrow 5)$$

a=20 v_a=25

$$3) \quad v = 6 \quad S = \frac{1}{2} * a * v = 48 \quad \varrho = \frac{S}{s} = \frac{16}{7} \quad r = \frac{40}{3}$$

$$4) \quad 1732 == \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \quad a = 63.2446 \text{ cm}$$

$$5) \quad \text{a) } S = 208,4 \text{ cm}^2 \quad \text{b) } S = 3512 \text{ cm}^2 \quad \text{c) } S = 20,78 \text{ cm}^2$$

6) nemá řešení

Čtverec

$$o = 4a$$

$$S = a^2$$

$$S = \frac{1}{2} u^2$$

u - úhlopříčka čtverce

Obdélník

$$o = 2(a+b)$$

$$S = a \cdot b$$

Kosočtverec

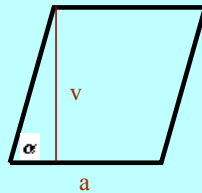
$$o = 4a$$

$$S = a \cdot v$$

$$S = \frac{1}{2} e \cdot f$$

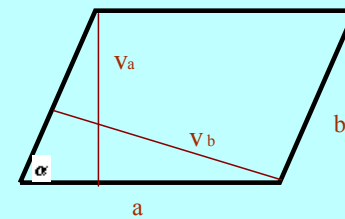
e, f - úhlopříčky kosočtverce

$$S = a^2 \sin \alpha$$



Kosodélník

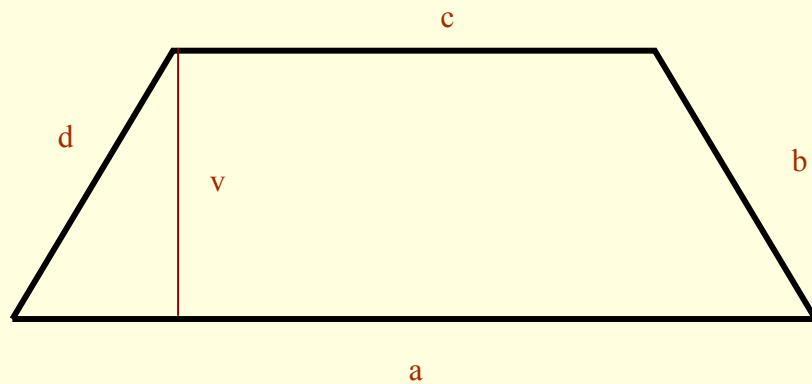
$$o = 2(a+b)$$



$$S = a \cdot v_a = b \cdot v_b$$

$$S = a \cdot b \cdot \sin \alpha$$

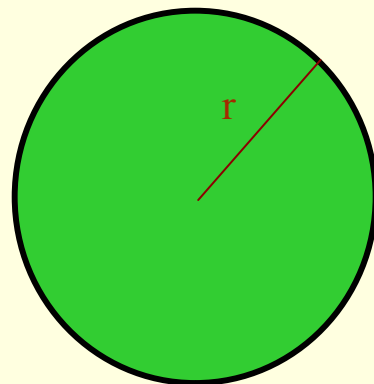
Lichoběžník



$$o = a + b + c + d$$

$$S = \frac{1}{2} (a + c) \cdot v$$

Kruh



$$o = 2\pi r = \pi d$$

$$S = \pi r^2$$

Příklady

- 1) Určete délku stran obdélníku, je-li obvod 38 cm a obsah 84 cm².
- 2) vypočítejte obsah kosočtverce, je-li délka jeho strany $a = 4,3$ cm a poloměr vepsané kružnice 1,2 cm.
- 3) Výška a základny lichoběžníku jsou v poměru 2:3:5, jeho obsah je 512 cm². Vypočítejte jeho výšku a délky obou základů.
- 4) Délky dvou soustředných kružnic jsou 26 cm a 18 cm. Určete obsah mezikruží vytvořeného těmito kružnicemi.
- 5) Pozemek ve tvaru obdélníku má obsah 600 m² a jedna jeho strana je dlouhá 30 m. Kolik sloupků potřebujeme k ohrazení pozemku, má-li být vzdálenost mezi sloupky 2,5 m?
- 6) Vypočítejte obvod kosočtverce, jehož obsah je 288 cm² a jedna úhlopříčka má velikost 12,4 cm.

Výsledky

1) $a=7$, $b=12$ nebo $a=12$, $b=7$

2) $S = 10,32 \text{ cm}^2$

3) $v = 16 \text{ cm}$, $a = 24 \text{ cm}$, $c = 40 \text{ cm}$

4) $S = \frac{88}{\pi} \text{ cm}^2$

5) 40

6) 96 cm