

VÝROKOVÁ LOGIKA

Výrok je sdělení, o kterém má smysl uvažovat, zda je pravdivé či nepravdivé (0, 1).

Určete, zda dané věty jsou výroky:

At' sem nikdo nechodí.	NE
Bylo včera sychravo?	NE
Na Marsu existuje život.	ANO
Čí je tato kniha?	NE

Výrokem může být pouze oznamovací věta

Negace výroků

V	
1	
0	

V'
0
1

slovní vyjádření:

- "není pravdy, že..."
- použijeme zápor

Vyslovte a запиšte negace výroků

1. Venku prší.
2. Eva má zelený svetr.
3. Celé číslo 3 je větší než celé číslo 1.

Negace výroků s číselnými údaji o počtu objektů

Výrok

aspoň 3

právě 1

nejvýše 2

žádný

Výrok

Negace

každý je

alespoň jeden

žádný není

alespoň jeden je

je právě n

je nejvýše n-

je nejvýše n

je alespoň n-

Vyslovte a запиšte negace následujících výroků:

A: Každý měsíc přečtu alespoň 3 knihy.

B: Právě 1 prvočíslo je sudé.

C: Exkurze se mohou zúčastnit nejvýše 2 třídy ze školy.

D: Žádný žák ze třídy neodešel

Řešení:

A: Každý měsíc přečtu nejvýše dvě knihy.

B: Žádné nebo alespoň dvě prvočísla jsou sudá.

C: Exkurze se mohou zúčastnit alespoň tři třídy.

D: Alespoň jeden žák ze třídy odešel.

Zápisy s proměnnými

1. algebraické výrazy: např. $x+3$
2. výrokové formy: např. $x+3=5$
(dosadíme-li za proměnnou, přechází ve výrok)
3. výroky s kvantifikátory
 $\exists x; x - 1 = 0$
 $\forall x; x^2 \geq 0$

Rozhodněte, zda následující zápisy jsou výrazy nebo výrokové formy:

a/ $3x + 2 > 0$

b/ $\frac{2}{x-2} + 1$

c/ $a \cdot (b - a)$

d/ $(x - 2) \cdot (x + 3) = 7$

e/ $(2x - 1) = 3$

výroková forma: a/, d/, f/

výraz: b/, c/

Složené výroky

Jsou to výroky, které lze rozdělit na několik jednoduchých výroků

Logické spojky:

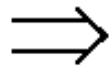
konjunkce



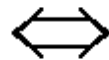
disjunkce



implikace



ekvivalence



Rozložte dané výroky na výroky jednoduché:

1. Prší a fouká studený vítr.

Řešení: Prší. Fouká studený vítr

2. Dnes večer zůstanu doma, nebo navštívím přátele.

Řešení: Dnes večer zůstanu doma. Dnes večer navštívím přátele

3. Jestliže je špatné počasí, čtu si.

Řešení: Je špatné počasí. Čtu si.

4. Do divadla půjdu jen tehdy, když půjdou i rodiče.

Řešení: Půjdu do divadla. Rodiče půjdou do divadla.

Pravdivostní hodnoty složených výroků

Konjunkce je pravdivá pouze pro oba pravdivé výroky.

Disjunkce je pravdivá, je-li alespoň jeden z výroků pravdivý.

Implikace není pravdivá pro pravdivý předpoklad a nepravdivý závěr.

Ekvivalence je pravdivá, jestliže mají oba výroky stejnou pravdivostní hodnotu.

A	B	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \Rightarrow B$	$A \Leftrightarrow B$
1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0
0	1	0	1	1	0
0	0	0	0	1	1

Určete pravdivostní hodnoty následujících složených výroků:

1. Číslo 3 je dělitelem čísla 12 nebo 15
2. Číslo 5 je menší než 3 nebo větší než 0.
3. Jestliže 3 krát 6 je 18, pak 6 je dělitelem čísla 100.
4. Číslo 60 je dělitelné 3 právě tehdy, když ciferný součet čísla 32 je dělitelný 3.
5. Číslo 10 je dvojnásobkem čísla 5 právě tehdy, když číslo 5 je pětinou čísla 30

ad 1/ \wedge 1 pravda (1)

ad 2/ \wedge 1 pravda (1)

ad 3/ \Rightarrow 0 nepravda (0)

ad 4/ \Leftrightarrow 0 nepravda (0)

ad 5/ \Leftrightarrow 0 nepravda (0)

Vyjádřete s využitím výrokových proměnných a logických spojek následující sdělení:

1. Dnes je slunečno, ale chladno.

$$A \wedge B$$

2. Nebude-li pršet, nezmoknem.

$$A' \Rightarrow B'$$

3. Alena půjde do kina právě tehdy, když tam nepůjde Blanka.

$$A \Leftrightarrow B'$$

4. Koupím si červený nebo bílý svetr.

$$A \vee B$$

Výrokové formule, tautologie

Pomocí výrokových proměnných, výrokových operací a závorek můžeme tvořit složitější zápisy = výrokové formule.

Např.
$$[(A \Rightarrow B) \wedge C'] \Leftrightarrow [(A' \vee B) \wedge C']$$

Výrokové formule, které nabývají ve všech řádcích tabulky hodnoty "pravda" nazýváme tautologie .

Ověřte, zda dané výrokové formule jsou tautologie:

a/ $(A \wedge B)' \Leftrightarrow (A' \vee B')$

b/ $(A \Leftrightarrow B) \wedge (B' \Rightarrow A')$

ada/ tautologie

adb/ není tautologie